A ELETRODINÂMICA DE SUPERCONDUTORES SEGUNDO LONDON- EFEITO MEISSNER E O COMPRIMENTO DE PENETRAÇÃO DE LONDON

Edine Silva dos Santos¹; Franz Peter Alves Farias²

1. Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando em Bacharelado em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail:

edinesilva@live.com

2. Orientador, DAFIS, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail:

franz.farias@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Eletrodinâmica; Teoria de London; Supercondutividade.

INTRODUÇÃO

A teoria dos irmãos Fritz e Heinz London trouxe a partir de uma abordagem fenomenológica uma interpretação para o comportamento do supercondutor, mediante do modelo de dois fluidos, partindo do pressuposto de que enquanto alguns elétrons são descritos pela lei de Ohm, uma fração deles se comportam como superelétrons e são acelerados livremente quando sujeitos a um campo elétrico, (Ostermann, 1998) não apresentando nenhuma resistividade, com isso obtiveram um parâmetro fundamental para a descrição do estado supercondutor, o comprimento de penetração de London, que mede o comprimento de penetração do campo magnético na superfície do material dando conta de descrever o efeito Meissner.

Quando o fenômeno da supercondutividade foi descoberto por Kammerlingh-Onnès em 1911, acreditava-se que se tratava de um condutor perfeito, ou seja, descrito pelas equações de Maxwell, porém Meissner e Ochsenfeld observaram que o campo magnético no interior do supercondutor era sempre nulo, independentemente de como se chegava à fase supercondutora, evidenciando que a amostra reagia a simples presença do campo e não apenas a sua variação no tempo, como descrito pela lei de Ampère, logo, a supercondutividade passou a ser tratada como um novo estado da matéria. Surgiu então a necessidade de modificar as equações usuais da eletrodinâmica clássica afim de dar conta de interpretar desse fenômeno. (Costa, 2011) (Pereira, 2013).

O trabalho a seguir traz uma abordagem de como obter as equações de London a partir de uma densidade de lagrangeana que inclua o termo de London através de um multiplicador de Lagrange, e de uma forma covariante, na densidade de lagrangeana do campo eletromagnético em presença de carga e corrente.

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA

Para obter a equação que descreva a eletrodinâmica dos supercondutores em sua forma covariante foram necessários estudos em cálculo tensorial e mecânica analítica, (Nivaldo, 2017) (Schroeder, 1990) para elaboração de uma densidade de lagrangeana que descreva as equações de Maxwell, seguido por estudos em eletrodinâmica e supercondutividade para obter um multiplicador de lagrange apropriado e acrescentá-lo a densidade de lagrangeana das equações de Maxwell.

Durante toda a vigência da iniciação científica foram apresentados seminários regulares abertos ao público junto ao grupo Física no Campus com a colaboração de colegas e professores, a fim de expor os progressos e esclarecer algumas dúvidas que pudessem surgir no decorrer do trabalho.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

Dada a lagrangeana para uma partícula carregada em um campo eletromagnético

$$L = -mc \sqrt{g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda}} + \frac{e}{c} \frac{dx^\mu}{d\lambda} A_\mu. \quad (1)$$

A partir de Euler-Lagrange encontrasse a equação de movimento

$$m \frac{dU^\mu}{d\tau} = \frac{e}{c} F_{\mu\nu} U^\nu \quad (2)$$

$$L = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (3)$$

Onde $F_{\mu\nu}$ é o tensor formado pelos componentes do campo elétrico e magnético, chamado tensor de força (Schroeder, 1990), a partir do qual é possível construir uma densidade de lagrangeana do campo eletromagnético no vácuo .

Para o caso em que a cargas e correntes um termo de interação entre campo e potencial deve ser acrescentado, logo

$$L = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{c} J_\mu A^\mu \quad (4)$$

A essa densidade de lagrangeana foi acrescentado um multiplicador de lagrange de modo que as equações de Euler-Lagrange levaram as equações inomogêneas de Maxwell e as duas equações de London para supercondutores. O multiplicador em questão foi obtido a partir do escalar da primeira equação de London pelo quadripotencial A^ν .

$$\lambda (\Lambda j_\nu A^\nu + \dot{A}_\nu A^\nu) = 0 \quad (5)$$

A densidade de lagrangeana que descreve a eletrodinâmica dos supercondutores

$$L = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{c} J_\mu A^\mu - \lambda (\Lambda j_\nu A^\nu + \dot{A}_\nu A^\nu) = 0 \quad (6)$$

que de acordo com Euler-Lagrange levam as seguintes equações do movimento

(7)

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{c} J^\mu + \lambda (\Lambda j_\nu + \dot{A}_\nu) = 0$$

que em termos de seus componentes, temos além das equações inhomogêneas de Maxwell, resulta em

(8)

$$\Lambda j = E$$

que é a primeira equação de London onde $\Lambda = \frac{m^*}{ne^{*2}}$, em que m^* e e^* representam a massa e carga dos superelétrons, respectivamente, e se trata da equação de movimento para os superelétrons que não apresentam resistividade, ou seja, não são descritos pela lei de Ohm.

A partir da equação 7 também é obtida

(9)

$$\frac{d}{dt} (\Lambda \text{rot} J + B) = 0$$

Portanto a quantidade entre parênteses é constante, para descrever o efeito Meissner, London conclui que essa constante deve ser zero, logo (London, 1934)

(10)

$$\Lambda \text{rot} J = -B$$

é a segunda equação de London, e descreve o comprimento de penetração do campo magnético na superfície do material super condutor, combinando a equação 10 com a Lei de Âmpere para um campo elétrico estacionário obtemos a importante equação:

(11)

$$\nabla^2 B = \frac{B}{\mu_0 \Lambda}$$

Para o caso unidimensional a solução é do tipo

(12)

$$B(x) = B_a e^{-\frac{x}{\sqrt{\mu_0 \Lambda}}}$$

Que indica que o campo tende a zero no interior da amostra, descrevendo o efeito Meissner.

CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

O trabalho em questão trouxe uma reescrita das equações de London para a supercondutividade, partindo da abordagem do cálculo tensorial e da mecânica analítica para construção de uma lagrangeana covariante com multiplicador de Lagrange

apropriado, que resulta nas duas equações de London. Equações essas que introduzem um parâmetro importante para o entendimento da supercondutividade, o comprimento de penetração do campo magnético no metal na fase supercondutora.

REFERÊNCIAS

- [1] LONDON, F., LONDON, H. (1934). *The Electromagnetic Equations of the Superconductor*. Proceedings of the Royal Society A 149, (866)71
- [2] LANDAU, L., LIFSHITZ, E. (1972) *Teoria do Campo*. 6.ed. Moscou: Mir. P.67-120
- [3] SCHRODER, U., (1990) *Special Relativity*, Londres: World Scientific.
- [4] de NOBEL, J. (1996) *The Discovery of Superconductivity*. Physics Today 49, 40.
- [5] OSTERMANN, F., FERREIRA, L.M., CAVALCANTI, C.J.H. (1988) *Supercondutividade: uma proposta de inserção no ensino médio*. Textos de Apoio ao Professor de Física, Nº 8. Porto Alegre: IF-UFRGS.
- [6] LEMOS, N. A. (2007) *Mecânica analítica*. Editora Livraria da física.
- [7] COSTA, M.B.S., PAVÃO, A.C. (2012) *Supercondutividade: um século de desafios e superação*. Revista Brasileira de Ensino de Física 34, (2) 2602.
- [8] PEREIRA, S.H., FÉLIX, M.G. (2013) *100 anos de supercondutividade e a Teoria de Ginzburg-Landau*. Revista Brasileira de Ensino de Física 35, (1) 1313.