ALOCAÇÃO DE POLOS POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS PARA UM SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA

Joacy Mesquita da Silva¹; Márcia Lissandra Machado Prado²

1. Bolsista PIBIC/Fapesb, Graduando em Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: joacymsilva@gmail.com

2. Orientadora, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: marcia.lissandra@gmail.com

PALAVRAS-CHAVE: Teoria de Controle; Alocação de Polos; Sistema de Suspensão Ativa.

INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle são essenciais em diversos campos da ciência e da engenharia, tais sistemas são utilizados nas mais variadas áreas da indústria (OGATA, 2010), além de veículos espaciais, sistemas robóticos, e operações da indústria que abrangem o controle de temperatura, vazão, pressão, estabilização e direção (NISE, 2009).

O problema de projeto de controladores por realimentação de estados para sistemas lineares invariantes no tempo tem sido extensamente tratado na literatura de controle (DORF; BISHOP, 2009; NISE, 2009; OGATA, 2010). Quando se refere à alocação de polos, o problema consiste em assinalar um ganho de realimentação de estados de forma a alocar todos os polos do sistema em malha fechada no semiplano esquerdo aberto ou em uma região predeterminada do semiplano esquerdo do plano s (PRADO, 2006).

O Sistema de Suspensão Ativa é um exemplo de sistema mecânico utilizado em automóveis e em aplicações industriais. As suspensões veiculares têm por finalidade sustentar, de forma adequada, o chassi do veículo, isolando as vibrações causadas por irregularidades do terreno; manter o contato dos pneus com o solo de modo a manter o carro o mais estável possível; e proporcionar melhor dirigibilidade e conforto aos seus ocupantes (CÔRTE-REAL, 2002).

Este trabalho apresenta o projeto de um controlador por alocação de polos em realimentação de estados, aplicado a um Sistema de Suspensão Ativa.

METODOLOGIA

Para a pesquisa, foi utilizado o Sistema de Suspensão Ativa da *Quanser* (QUANSER, 2013). O modelo físico concedido pelo fabricante se encontra na Figura 1.

Figura 1: Modelo para o Sistema de Suspensão Ativa da Quanser (QUANSER, 2013).

O Sistema consiste em duas massas móveis suportadas por um par de molas e amortecedores. A massa superior corresponde ao corpo do veículo suportado acima da suspensão, enquanto a massa inferior se refere a uma das rodas do veículo. A ondulação representa a pista. A modelagem matemática foi possível através da representação do sistema em equações diferenciais, as Equações (1) e (2) foram obtidas.

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} = -g + \frac{F_c}{M_s} + \frac{B_s}{M_s} \frac{dx_1}{dt} - \frac{B_s}{M_s} \frac{dx_2}{dt} + \frac{K_s x_1}{M_s} - \frac{K_s x_2}{M_s} \quad (1)$$

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = -g - \frac{F_c}{M_{us}} - \frac{(B_s+B_{us})}{M_{us}} \frac{dx_1}{dt} + \frac{B_{us}}{M_{us}} \frac{dx_2}{dt} + \frac{B_{us}}{M_{us}} \frac{dz_r}{dt} - \frac{(K_s+K_{us})x_1}{M_{us}} + \frac{K_s x_2}{M_{us}} + \frac{K_{us} z_r}{M_{us}} \quad (2)$$

O sistema possui como entradas a força de controle F_c e a perturbação z_r , que representa as ondulações da pista. A força de controle deve ser capaz de minimizar os efeitos causados pela ação da perturbação. A variável a ser controlada é x_2 , que diz respeito à posição da carroceria do veículo. A variável x_1 diz respeito à posição do pneu. A aceleração da gravidade é representada pela constante g . Os efeitos da força da gravidade podem ser eliminados, considerando pontos de equilíbrio do sistema. A saída considerada, variável a ser controlada, passa a ser chamada de z_s . Os valores numéricos atribuídos a cada parâmetro da Figura 1 são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros do Sistema de Suspensão Ativa

Parâmetro	Identificação	Valor	Unidade
M_s	Massa do carro	2,45	Kg
M_{us}	Massa do pneu	1	Kg
K_s	Constante de rigidez da suspensão	900	N/m
K_{us}	Constante de rigidez do pneu	1250	N/m
B_s	Coeficiente da suspensão	7,5	N.s/m
B_{us}	Coeficiente do pneu	5	N.s/m

Para o Sistema de Suspensão Ativa, foram definidos como vetor de estados, x , vetor de entrada, u , e vetor de saída, y , apresentados nas Equações (3), (4), e (5).

$$x = \begin{bmatrix} z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ z_{us} - z_r \\ \dot{z}_{us} \end{bmatrix} \quad (3) \quad u = \begin{bmatrix} \dot{z}_r \\ F_c \end{bmatrix} \quad (4) \quad y = \begin{bmatrix} z_s - z_{us} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \quad (5)$$

O primeiro estado representa a deflexão da suspensão, o segundo estado, a velocidade vertical do corpo do veículo, o terceiro estado, a deflexão do pneu, e o quarto estado, a velocidade vertical do pneu (QUANSER, 2013). A primeira entrada para o sistema é a velocidade da superfície da estrada, derivada da perturbação z_r , a segunda entrada é a força de controle, inicialmente com valor 0 (QUANSER, 2013). A primeira saída do sistema é o curso da suspensão, a segunda saída do sistema é a aceleração do corpo (assumindo que o corpo do veículo é equipado com um acelerômetro) (QUANSER, 2013).

Através das equações diferenciais que representam o sistema, foi possível calcular as matrizes A , B , C e D (DORF; BISHOP, 2009; NISE, 2009; OGATA, 2010). As Equações (6), (7), (8), e (9) trazem essas matrizes.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s+B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (6) \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \\ -1 & 0 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} & -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \end{bmatrix} \quad (8) \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Tendo conhecimento das equações de estado e de saída que representam o sistema, além das matrizes A , B , C e D , foi possível realizar a construção do diagrama de blocos para efetuar a simulação do sistema no *Simulink*. Com o intuito do projeto em controlar a posição z_s da suspensão, foi necessário o uso de dois integradores na segunda saída para a visualização dessa variável.

Depois de efetuada a modelagem, obtendo as equações de estado e de saída, foi possível simular o comportamento do sistema em malha aberta. Por indicação do fabricante, a perturbação z_r é representada por uma onda quadrada de amplitude 0,01m e frequência 0,3Hz. A Figura 2 apresenta a resposta natural do sistema, considerando z_r variando de 0 à 0,02m.

Figura 2: Resposta Natural do Sistema, z_r de 0 à 0,02m.

Através da visualização da Figura 2, pode ser verificada a necessidade de uma ação de controle que minimize as oscilações presentes na suspensão, a fim de promover conforto aos passageiros.

Antes de projetar o controlador, foi necessário especificar requisitos de desempenho para o sistema. Foi adotado que a sobrelevação máxima, M_p , seria de 5%, e o tempo de estabelecimento, t_s , seria de 0,5 segundos (DORF; BISHOP, 2009; NISE, 2009; OGATA, 2010).

Baseados na especificação do projeto, foram calculados os valores de ξ e ω_n (baseados no critério de 5%), e por consequência foram encontrados os polos reguladores do sistema (DORF; BISHOP, 2009; NISE, 2009; OGATA, 2010).

Para encontrar a matriz de ganho K através da fórmula de Ackermann (OGATA, 2010), foi utilizada a função *acker* do *matlab*. Ela recebe como parâmetros as matrizes A e B do sistema, além do vetor contendo os polos desejados para o sistema em malha fechada, e como saída nos traz a matriz de ganho K . A Equação (13) apresenta a matriz K encontrada no projeto.

$$K = [545,9043 \quad 38,4895 \quad 45,0246 \quad -4,6480] \quad (13)$$

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO

A Figura 2 apresenta a resposta controlada do sistema, e o esforço de controle para alocar os polos nas posições desejadas.

Figura 3: Resposta Controlada e Sinal de Controle do Sistema, z_r de 0 à 0,02m.

A resposta da Figura 3 aponta um M_p de aproximadamente 7,5% e um t_s de aproximadamente 0,4 segundos. A ação do controlador nessa simulação apresentou um máximo sinal de controle menor que 20N, valor que pertence à faixa de ± 30 N, que é a faixa limite permitida.

CONCLUSÃO

Analizando os resultados obtidos com os projetos dos controladores por Alocação de Polos, foi possível perceber que houve o atendimento das especificações do projeto, no que diz respeito à minimização das oscilações do veículo, tempo de estabelecimento e erro de regime nulo.

Como trabalho futuro pode ser citado o projeto de controladores robustos via programação alvo para o Sistema de Suspensão Ativa, considerando o sistema com Realimentação de Estados, utilizando a metodologia proposta por Lordelo e Ferreira (2005). Além disso, poderia se fazer a implementação prática do controlador no sistema real caso se conseguisse obter a planta do sistema.

REFERÊNCIAS

- CÔRTE-REAL, E. W. **Dessensibilização da estrutura de controle LQG aplicada ao modelo de uma suspensão ativa utilizando a técnica PRABI**. [s.l.] Instituto Militar de Engenharia, 2002.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2010.
- PRADO, M. L. M. **Controle Robusto por Alocação de Pólos via Análise Intervalar Modal**. 2006.
- QUANSER. **Active Suspension Laboratory Guide**. EUA: Quanser, 2013.