UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº17.228 de 25/11/2016
PPPG
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXIII SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS
SEMANA NACIONAL DE CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA - 2019

ESTUDO SOBRE DEFEITOS TOPOLÓGICOS ATRAVÉS DO FORMALISMO DA GRAVITAÇÃO

João Carlos dos R. C. de Oliveira[1]; Carlos Alberto de Lima Ribeiro[2]
1. Estagiário Voluntário/PEVIC, Graduando em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: jcgenius19@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: calr@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Defeitos Topológicos; Gravitação; Geometria Diferencial.

INTRODUÇÃO

Os defeitos topológicos estão associados a quebras de simetrias em materiais e meios. Sabe-se que sua presença condiciona alterações nas propriedades do material e do meio (Ribeiro, 2001), levando a vantagens ou problemas tecnológicos (Chaikin & Lubensky, 1995), como também ao entendimento da estrutura do universo (Vilenkin, 1981). Para estudar o assunto, utilizava-se amplamente a teoria da elasticidade (Kitel, 2006). Todavia, a proposta geométrica deu novos rumos à pesquisa na área, uma vez que, mediante esta, consegue-se resultados que seriam dificultosos via Teoria da Elasticidade (Katanaev & Volovich, 1992). O presente trabalho intenciona-se descrever um meio com Defeitos Topológicos mediante o formalismo da Gravitação, isto é, mediante Teoria Geométrica de Defeitos em Sólidos (TDGS). Portanto, é preciso conhecer e compreender conceitos básicos dos seus dois pilares, a Teoria de Defeitos e a Teoria da Relatividade Geral.

A teoria de defeitos lineares conhece a existência de quatro tipos deles, a saber, (i) Deslocação em hélice, (ii) Deslocação de borda, (iii) Desclinação e (iv) Dispiração. Para facilitar a compreensão de tais defeitos, imagina-se um material cilíndrico e, por conseguinte, usam-se as coordenadas cilíndricas (ρ, θ, z). O defeito tipo (i) é quando existe um deslocamento de material na direção z, o tipo (ii) sucede quando o deslocamento é na direção de ρ, o tipo (iii) quando o deslocamento é na direção de θ, e desse modo há adição, ou remoção de matéria, e por fim, o tipo (iv) que é a combinação de (i) e (iii) (Pádua et al., 1998). Não obstante, essa classificação é oriunda da aplicação do circuito de Burgers e do processo de Volterra, esses métodos são importantes, porque definem os vetores de Burgers (b^i) e Frank (Ω^{ij}), que são determinantes na descrição do defeito matematicamente. As equações das densidades dos campos dos dois vetores são respectivamente:

$$b^i = - \oint_c dx^m \partial_m u^j(x) \tag{1}$$

$$\Omega^{ij} = \oint_c dx^m \partial_m \omega^{ij}(x), \quad \omega^{ij} \in SO(3) \tag{2}$$

A teoria da Relatividade Geral (RG), por seu turno, foi proposta em 1915 por Albert Einstein com o fim de generalizar a Relatividade Restrita (RR). A RR rompe profundamente com conceitos basilares da Mecânica Newtoniana, a saber, espaço, tempo, simultaneidade, massa e energia (Einstein, 1999). No entanto, seus resultados são restritos a sistemas inerciais, isto é, sistemas referenciais movimentando-se um em relação ao outro com velocidade constante, daí vem seu nome. Por sua vez, a RG amplia as rupturas feitas pela RR, descrevendo também sistemas referenciais acelerados. Ora, a RG demonstra que um campo gravitacional local é o sistema não inercial que generaliza os postulados da RR (Schutz, 1990), isto é, trabalhar com a RG é lidar com uma Teoria da Gravitação. Com efeito, deve-se haver uma estrutura matemática e uma modelo que descrevem essas situações físicas. Encontram-se tais notas na equação de campo de Einstein:

$$R_{\mu\gamma} - (½)\, g_{\mu\gamma}R - \lambda g_{\mu\gamma} = -8\pi G T_{\mu\gamma} \quad (3)$$

Trata-se de uma equação tensorial. Seu lado esquerdo é resultante de contrações (contração é uma operação da álgebra tensorial) do tensor de curvatura R, originando o tensor de Ricci, g é a métrica do espaço, λ e uma constante . Por sua vez, o lado direito é constituído de uma constante (G é constante gravitacional newtoniana) multiplicada pelo tensor de torção energia-momento T (Weinberg, 1976).
Finalmente, o significado físico da equação de campo é bastante elegante do ponto de vista geométrico. Como já foi dito, há nela a presença do tensor de curvatura. Por conseguinte, a presença de massa ou energia no espaço-tempo, altera sua estrutura, deformando-o. O modelo físico que explica o movimento do planeta Terra em torno do Sol, por exemplo, será o caminho de menor gasto energético que o planeta percorre pela deformação espaço-temporal causada pela massa solar. Tal trajetória chama-se geodésica. Esta por sua vez, é a composição das soluções da equação da geodésica que é escrita como:

$$\frac{dx^i}{dt^2} + \Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{dt}\frac{dx^k}{dt} = 0 \quad (4)$$

Onde $\Gamma^i{}_{jk}$ é o símbolo de Christoffel, x são as coordenadas espaciais e t o tempo.
Ora, a TGDS monstra a profunda relação entre a Teoria dos Defeitos e a Relatividade Geral. Mostra também a relação entre a densidade de campo do vetor de Burgers b^i com o tensor de torsão, bem como entre a densidade do campo do vetor de Frank Ω^{ij} com o tensor de curvatura.

$$b^i = - \iint_s dx^m X dx^n T^i{}_{mn} \quad (5)$$

$$\Omega^{ij} = \iint_s dx^m X dx^n R^{ij}{}_{mn} \quad (6)$$

Dessa maneira, tendo a métrica que descreve o defeito topológico, pode-se aplicá-la na Teoria da Gravitação e descrever tal defeito. Da RG sabe-se que a equação dinâmica é a eq. 4. Portanto, para descrição do movimento de uma partícula ao redor de qualquer tipo de defeito, dever-se-á resolvê-la.

O presente trabalho empreende-se descrever os defeitos topológicos mediante o formalismo da gravitação. Por conseguinte, esta é a estrutura teórica que sustenta e norteia a pesquisa. Descrever-se-á o movimento do elétron ao redor do defeito do tipo deslocação usando a abordagem de (Pádua et al. , 1998).

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA

O método científico aplicado a Física consiste de modo simplificado na (1) elucidação de hipóteses, (2) modelagem matemática e (3) experimentação (Feynman, 1971). Tendo em vista que o trabalho é de natureza teórica, a pesquisa reduz-se as etapas (1) e (2). A hipótese do trabalho é que os resultados da teoria de defeitos possuem análogo na teoria da gravitação, ou seja, conhecendo-se a métrica que descreve um defeito, pode-se descrever o movimento de uma partícula ao seu redor mediante interpretação gravitacional, imaginando o defeito como uma deformação do espaço-tempo. A trajetória da partícula será, então, uma geodésica. Dessa maneira, a modelagem matemática consiste em obter tal equação e em seguida solucioná-la para cada coordenada espacial. Ter-se-á, por exemplo, a descrição analítica do movimento de um elétron ao redor de um defeito. Finalmente, pode-se visualizar a trajetória da partícula produzindo os gráficos das funções soluções.

.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para descrever um defeito topológico mediante teoria geométrica, caracterizando o movimento de uma partícula ao seu redor, precisa-se conhecer a métrica do defeito.
A métrica para um defeito do tipo Dispiração é:

$$ds^2 = c^2(dt^2 + \gamma d\theta)^2 + dr^2 + \alpha^2 r^2 d\theta^2 + dz^2 + 2\beta dz d\theta + \beta^2 d\theta^2 \tag{7}$$

Para aplicá-la na equação da geodésica, devemos calcular as componentes da matriz de transformação tendo em vista o símbolo de Christoffel. Após calculá-lo e substituir na equação da geodésica, teremos:

$$Z'' - (2\beta/r)r'\theta' = 0 \tag{8}$$
$$R'' - \alpha^2 r(\theta')^2 = 0 \tag{9}$$
$$\theta' + (2/r)\, r'\theta' = 0 \tag{10}$$

Resolvendo essas equações, tem-se:

$$R(t) = [\frac{C^2}{E\alpha^2} - 2E(t + D)^2]^{1/2} \tag{11}$$

$$\theta(t) = \frac{1}{\alpha}\mathrm{arctg}\left(\frac{2E\alpha\,(t + D)}{C}\right) + \frac{F}{\alpha} \tag{12}$$

$$Z(t) = At - \frac{\beta}{\alpha}\mathrm{arctg}\left(\frac{2E\alpha\,(t + D)}{C}\right) - \frac{\beta F}{\alpha} + B \tag{13}$$

Com o uso das equações de 11 a 13, tem-se as geodésicas em torno do defeito. A partir da escolha de α e β, ter-se-á uma Dispiração, uma deslocação tipo hélice e tipo cunha. Além disso, pode-se gerar gráficos com as equações, e, por conseguinte, "visualizar" a trajetória das partículas em torno desses defeitos. Alcance-se, portanto, o objetivo geral do projeto, descrever o comportamento de partículas em um meio com presença de defeitos topológicos mediante o formalismo da gravitação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ciência avança descobrindo o que é mais provável de acontecer num determinando fenômeno, e, por conseguinte, compreendendo de maneira mais ampla e profunda a natureza. O projeto de pesquisa mostra a eficiência e o êxito da utilização da abordagem geométrica para descrição de defeitos topológicos. Ao invés de resolver difíceis equações oriundas da abordagem tradicional, via Teoria da Elasticidade, precisou-se resolver simples equações diferenciais. Como resultado, obtiveram-se funções analíticas que nos permite produzir gráficos e uma provável visualização do que ocorre na vizinhança do defeito. Os resultados em Física são equações, números ou tecnologia, têm-se aqui equações. Essas equações permitem interpretar o comportamento de parcela do universo que vivemos.

REFERÊNCIAS

DALARSSON, M. *Tensor calculus, relativity, and cosmology: a first course.* New York: Elsevier, c2005 , 280 p.

EINSTEIN, Albert. *A teoria da relatividade especial e geral.* Rio de Janeiro, RJ: Contraponto, 1999. 132 p.

FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B; SANDS, M. *The Feynman lectures on physics: Mainly mechanics, radiation and heat*. Bogotá: Fondo Educativo Interamericano, 1971. 3 v.

PÁDUA, A.; PARISIO, F.; MORAES, F. Geodesics Around Line Defects In Elastic Solids. *Physics Letters*, v. 238, n. 2-3, p.153, 1998.

KATANAEV, M. O; VOLOVICH, I. V., *Annals of physics*, v. 216, n. 1, p.1-28, 1992.

KITTEL, C. *Introducão à Física do estado sólido.* 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 578 p.

RIBEIRO, C. A. de L., *Dinâmica de partículas na presença de defeitos topológicos*. Tese (Doutorado)-- Universidade Federal de Pernambuco, 2001.

SCHUTZ, B. F. *A first course in general relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, c1990, 376 p.

VILENKIN, A. Cosmological Density Fluctuations Produced by Vacuum Strings. *Physical Review*, v. 46, n. 17, p. 1169-1172, 1981.

VILENKIN, A. Cosmological Density Fluctuations Produced by Vacuum Strings. *Physical Review*, v. 46, n. 22, p. 1496-1496,1981.

WEINBERG, S. *Gravity and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. Cambridge: John Wiley and Sons, 1976, 657 p.