



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76  
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

## XXIII SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA - 2019

### Ondas Gravitacionais da fusão de buracos negros

**Pedro Jeronimo Santos da Silva<sup>1</sup>; Rainer Karl Madejsky<sup>2</sup>;**

1. Bolsista PIBIC/FAPESB, Graduando em Bacharelado em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [pedroparker2@hotmail.com](mailto:pedroparker2@hotmail.com)
2. Orientador, Departamento de DFIS, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: [madejsky@uefs.br](mailto:madejsky@uefs.br)

**PALAVRAS-CHAVE:** Ondas gravitacionais, estrelas compactas, buracos negros.

### INTRODUÇÃO

Em 1687, Isaac Newton apresentou o que seriam os pilares da Mecânica Clássica no livro “*Philosophiae naturalis principia mathematica*”, que ficou conhecido como “*Principia*”. Nele, Newton definiu o tempo absoluto sem relação com qualquer coisa externa, que deve ser utilizado nas leis de Newton [1].

No ano de 1915, Albert Einstein formulou a teoria da Relatividade Geral (RG), supondo antecipadamente a relatividade de movimentos não uniformes e visando o espaço e o tempo como algo único, complementando a teoria Newtoniana [2].

Posteriormente, Einstein previu a existência de ondas gravitacionais (OG) que de acordo com a teoria da relatividade geral desenvolvida seriam oscilações do espaço-tempo. Essas oscilações podem ser geradas quando massas são aceleradas e são propagadas com a velocidade da luz ( $c$ ).

Em 2015, ano do centenário da RG, o interferômetro do observatório de ondas gravitacionais conhecido como *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory* ou (LIGO) detectou uma variação no comprimento dos braços do interferômetro obtendo assim a primeira detecção direta das OG [3]. Sobre a teoria de Einstein para ondas gravitacionais e sua aplicação no estudo da radiação emitida por um pulsar binário PINHEIRO & MALUF[4] descreve que:

“Uma vez que a força gravitacional é muito fraca, as ondas geradas são extremamente pequenas, sendo consideravelmente intensas apenas em regiões que concentram uma grande quantidade de massa e energia, como na região próxima de um buraco negro.”

Os estudos realizados apontaram que devido os valores estimados para as massas dos objetos e o aumento significativo na frequência às ondas detectadas tratavam-se de um sistema binário de dois buracos negros.

Para a obtenção desses e outros resultados foi utilizado um método computacional sofisticado, desenvolvido pelos pesquisadores do LIGO, denominado relatividade numérica. Método que teve como motivação a detecção das OG [3].

O cenário dessa colisão de dois buracos negros assemelha-se ao que seria esperada com base na mecânica newtoniana da órbita de duas massas puntiformes em

torno do centro de massa em comum, com exceção da perda de energia pela emissão de ondas gravitacionais.

Os detalhes das observações somente podem ser entendidos quantitativamente com métodos numéricos da relatividade geral que foram desenvolvidos especialmente para analisar os sinais observados pelo LIGO.

O presente plano de trabalho visa realizar cálculos semi-clássicos, com a implementação da perda de energia orbital como consequência da emissão das OG, buscando simplificar o modelo e facilitar a compreensão por uma nova perspectiva que obtenha dados que se aproximam o máximo possível dos originais.

### **MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)**

A abordagem metodológica utilizada para coleta e análise dos dados é classificada como quantitativa e descritiva.

Os dados que serão utilizados para realização do projeto estão presentes no artigo *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger* (ABBOTT et al., 2016). Os valores posteriores serão adquiridos por meios teóricos utilizando ferramentas matemáticas e conceitos Físicos presentes na mecânica clássica.

Serão analisados os métodos e conceitos físicos relevantes durante a fusão de dois buracos negros em uma aproximação semi-clássica. A abordagem será feita com cálculos da mecânica newtoniana e correções necessárias devido à relatividade geral.

### **RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)**

Em primeira aproximação, considera-se que os objetos a serem analisados possuem um raio de Schwarzschild,

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (1)$$

Onde  $c$  é a velocidade da luz ( $3.10^8$ m/s).

Observe que esse é o raio de extensão do horizonte de eventos, não sendo um raio físico de um buraco negro. As informações para um raio menor que o  $r_s$  ainda são desconhecidas, portanto para os cálculos posteriores considera-se que  $r_s$  é o raio do buraco negro.

Para as análises posteriores, assumindo que  $m = 30m_{\odot}$ , onde uma massa solar ( $m_{\odot}$ ) é igual a  $2.10^{30}$  Kg, também considere que ambas as massas são iguais, e a constante da gravitação universal ( $G$ ) é igual á  $6,67.10^{-11} \frac{m^3}{Kg.s^2}$ . Utilizando a equação 1e calculando o raio de Schwarzschild para  $30m_{\odot}$ .se obtém 90km

#### Potência da OG

Sabendo que as massas são sempre positivas, implica que não existe analogia para a radiação de dipolo de Hertz. A radiação gravitacional deve ser radiação de quadrupolo ou de multipolos de ordem superior.

A expressão geral para expansão de multipolo:

$$\varphi(r) = G \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \int dm(d)^l P_l(\cos\theta) \quad (2)$$

Como dito anteriormente, a radiação gravitacional deve ser de quadrupolo ou multipolos de ordem superior, para as análises posteriores serão considerados, somente, os valores referentes ao potencial quadrupolo.

$$\varphi = -G \left[ \frac{M}{r} + \frac{2Md^2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2\theta - \frac{1}{2} \right) + \dots \right] \quad (3)$$

Ao considerar duas massas iguais ( $m=M$ ) que orbitam a uma distância ( $d$ ) em torno do centro de massa, obtém-se um momento de quadrupolo ( $Q$ ) de:

$$Q = 2Md^2 \quad (4)$$

Para a radiação emitida por um quadrupolo, obtém-se uma potência ( $P$ ) que está denotada na equação 5.

$$P \approx \frac{GQ^2\omega^6}{c^5} \quad (5)$$

Onde  $\omega$  é a frequência angular.

Órbita entre dois buracos negros de massas iguais

Considerando que ambos os corpos celestes estão em torno de um centro de massa, faz-se uso da massa reduzida. Considerando que o sistema está em equilíbrio, então a força centrípeta será igual a gravitacional, portanto:

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{4d^3}} \quad (6)$$

Para uma análise conjunta com o artigo da LIGO [3], utiliza-se, também, a frequência linear ( $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ ) para dois raios de Schwarzschild e assim obtém-se o valor de 65,8Hz. Far-se-á tabela 1 contendo os valores de erro percentual (E(%))entre as frequências obtida pelo método analítico e o denotado no artigo.

Tabela 1 – Valores comparativos entre frequência angular e linear com os valores adquiridos no experimento realizado pelo observatório LIGO.

	$\omega \left( \frac{rad}{s} \right)$	$\nu (Hz)$
<i>Analítico</i>	414	67
LIGO	350	75
E(%)	18,3	10,7

Com a equação da frequência angular (6) e substituindo na equação (5), é possível descrever a radiação gravitacional com a seguinte expressão.

$$P \approx \frac{G^4 M^5}{c^5 d^5} \quad (8)$$

Comparando a potência obtida por esse método analítico semi-clássico, para  $2r_s$  com o obtido pelo observatório LIGO [3], obtém-se o seguinte erro percentual.

Tabela 2: Erro percentual entre a potência obtida no método analítico e a obtida pelo observatório LIGO.

$P_{analítico} (j/s)$	$P_{LIGO} (j/s)$	$E(\%)$
$3,36 \cdot 10^{49}$	$3,6 \cdot 10^{49}$	6,67

Note que, os valores são aproximados, pois se desconsiderou os efeitos da massa relativística, considerando apenas as massas inerciais.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

Com os resultados obtidos na sessão anterior, é possível observar que as aproximações semi-clássicas assemelharam-se aos resultados registrados pelo observatório LIGO, de modo que a frequência linear se difere por 10,7% e a frequência angular por 18,3%. No caso da potência gravitacional, obteve-se um erro percentual de 6,67%. Essas diferenças advêm dos um dos efeitos da RG, ou seja, a variação da massa em função da velocidade, que no atual projeto foi desconsiderado, portanto, considerando tal efeito os resultados teriam uma maior aproximação com o observado no experimento.

### REFERÊNCIAS

- [1] NEWTON, Isaac. The Principia: mathematical principles of natural philosophy. Univ of California Press, 1999.
- [2] EINSTEIN, Albert. Os fundamentos da teoria da relatividade geral. A. Einstein, H. Lorentz, H. Weyl e H. Minkowski, O Principio da Relatividade, p. 141-214, 1978.
- [3] ABBOTT, Benjamin P. et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. Physical review letters, v. 116, n. 6, p. 061102, 2016.
- [4] RAMOS, Matheus; MALUF, Roberto. Sobre a teoria de Einstein para ondas gravitacionais e sua aplicação no estudo da radiação emitida por um pulsar binário. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 40, n. 2, 2018.