

## Dinâmica de satélites artificiais ao redor da lua Namaka

### *Dynamics of artificial satellites around the moon Namaka*

Edielcio Antonio Lopes Lima Júnior\* e Jean Paulo dos Santos Carvalho

*Universidade Federal do Recôncavo da Bahia*

*Av. Centenário, 697, Sim, Feira de Santana – BA – 44042-280*

Namaka é um dos dois satélites naturais do planeta anão Haumea, localizado no Cinturão de Kuiper, região com distância de cerca de 30 a 50 unidades astronômicas. Neste trabalho, investigamos a dinâmica e as características orbitais de satélites artificiais em torno da lua Namaka, considerando a atração gravitacional de Haumea, uma perturbação predominante na órbita do veículo espacial, cujo efeito pode afastá-lo de sua órbita nominal. A partir de simulações numéricas, órbitas de baixa altitude são analisadas, determinando a região com maior tempo de vida, ou seja, o tempo em que o veículo espacial demora para colidir com a superfície de Namaka. Encontramos órbitas com maior tempo de vida ao redor de Namaka para altitudes entre  $1,1R_N$  e  $1,2R_N$  (Raio de Namaka).

**Palavras-chaves:** Namaka; Satélites Artificiais; Órbitas.

Namaka is one of two natural satellites on the dwarf planet Haumea, located in the Kuiper Belt, a region with a distance of about 30 to 50 astronomical units. In this work, we investigate the dynamics and orbital characteristics of artificial satellites around the moon Namaka, considering the gravitational attraction of Haumea, which is a predominant perturbation in the orbit of the space vehicle, the effect of which can take it out of its orbit nominal. From numerical simulations, low-altitude orbits are analyzed, determining the region with the longest life time, that is, the time it takes the space vehicle to collide with the Namaka surface. We found orbits with a longer life time around Namaka for altitudes between  $1.1R_N$  and  $1.2R_N$  (Namaka radius).

**Keywords:** Namaka; Artificial Satellites; Orbits.

## I. INTRODUÇÃO

Haumea, descoberto em 2004, é um planeta anão que se localiza no Cinturão de Kuiper, região do Sistema Solar que se estende desde a órbita de Netuno, com distância estimada entre 30 e 50 unidades astronômicas (UA), e que é considerada uma fronteira no espaço, visto que é uma área ainda pouco explorada [1]. Todo planeta anão possui equilíbrio hidrostático, é um corpo celeste que percorre uma órbita ao redor de uma estrela e possui corpos de massa semelhante nas proximidades de sua órbita [2]. Haumea está situado à uma distância de 43,13 unidades astronômicas do Sol, tem formato achatado e elipsoidal, período orbital de 285

anos terrestres ao redor do Sol e período de rotação de cerca de 4 horas [1]. Este planeta anão possui dois satélites naturais, as luas Namaka e Hi'iaka, e um anel de partículas que foi descoberto por ocultação estelar em 2017 [3].

Um estudo do sistema envolvendo Haumea e suas luas utilizando um modelo de três corpos e curvas de luz fotométrica a partir de observações do telescópio espacial Hubble [4], conseguiu determinar alguns parâmetros, físicos e orbitais, e massa destes três corpos celestes. Namaka é a lua interna, com considerável excentricidade (0,249) e inclinação de  $13^\circ$  em relação ao equador de Haumea [5]. E Hi'iaka é a lua externa com baixa excentricidade (0,051) e inclinação entre  $1^\circ$  e  $2^\circ$  [5]. Estes dois satélites são relativamente grandes, com Hi'iaka tendo uma massa nominal 0,5% da massa de Haumea, enquanto que Namaka é

---

\*E-mail: edielciojunior@gmail.com

cerca de uma ordem de magnitude menos massiva [5]. Haumea possui  $4,006 \times 10^{21}$  kg, enquanto que Namaka e Hi'iaka possuem  $1,79 \times 10^{18}$  kg e  $1,79 \times 10^{19}$  kg, respectivamente [6].

Existem muitas hipóteses sobre a rotação de Haumea, seu formato e a criação dos seus dois satélites naturais. Acredita-se que Haumea sofreu uma colisão há bilhões de anos atrás, que desencadeou seu rápido giro. Existe a teoria de que as luas não foram formadas por este impacto sobre Haumea, mas sim em um grande satélite pré existente [7]. Assim, tanto as luas quanto outros membros deste sistema representam fragmentos deste satélite.

Pouco se sabe sobre a superfície de Haumea e suas luas, visto que as informações são obtidas por meio de observações em telescópios. Satélites artificiais, os equipamentos que são construídos pelo homem e colocados em órbita, são importantes para mapear regiões pouco exploradas e entender a dinâmica e formação de corpos celestes. Para exercer tal função, se faz necessário verificar as forças que irão perturbar o satélite artificial, afastando-o de sua órbita nominal pré definida. Neste trabalho, busca-se analisar a dinâmica de satélites artificiais em torno da lua Namaka, verificando as alterações nas suas características orbitais devido a perturbação do terceiro corpo (Haumea).

## II. MÉTODOS E MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção, é apresentada a modelagem utilizada para analisar o movimento de satélites artificiais ao redor da lua Namaka. O trabalho é desenvolvido numa abordagem semianalítica baseada em [8], [9] e [10].

O raio equatorial de Namaka ( $R_N$ ) não é bem determinado e, desta forma, considerou-se neste trabalho os valores de  $R_N = 80$  km [4] e de  $R_N = 100$  km [11]. Para representar o efeito gravitacional devido ao terceiro corpo, o potencial perturbador é escrito na forma [12]:

$$R = \frac{\gamma G(m_0 + m_p)}{\sqrt{r^2 + r_p^2 - 2rr_p \cos(S)}}, \quad (1)$$

em que  $G$  é a constante de gravitação universal,  $m_0$  e  $m_p$  são as massas do corpo central e perturbador, respectivamente,  $S$  é o ângulo entre a linha que conecta o corpo central massivo ao corpo perturbado e a linha que conecta o corpo central massivo ao corpo perturbador (o terceiro corpo),  $r$  e  $r_p$  são os vetores raio dos corpos central e perturbador, respectivamente, e  $\gamma = m_p/(m_0 + m_p)$ . O potencial perturbador devido ao planeta anão Haumea é manipulado algebricamente para ser escrito em função dos elementos orbitais, e o método da média simples é aplicado para eliminar os termos de curto período. Assim, o potencial perturbador de longo período é expresso por:  $R = R_2MS$ .

O potencial perturbador  $R$  é substituído nas equações planetárias de Lagrange e integrado numericamente. Equações planetárias de Lagrange são expressas por derivadas dos elementos orbitais excentricidade ( $e$ ), inclinação ( $i$ ), longitude do nodo ascendente ( $h$ ) e argumento do pericentro ( $g$ ) em relação ao tempo [13]:

$$\frac{de}{dt} = \frac{-\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial g} + \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial M}, \quad (2)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial h} + \frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial g}, \quad (3)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \quad (4)$$

$$\frac{dg}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{\cos i}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin i} \frac{\partial R}{\partial i}, \quad (5)$$

em que  $a$  é o semieixo maior e  $n$  é o movimento médio do satélite artificial. Todas as simulações numéricas do sistema de equações diferenciais não-lineares foram realizadas através do *Software Maple*<sup>®</sup>. Nesse *software* é possível obter uma análise de problemas a partir de gráficos e animações 2D e 3D. Para as integrações numéricas aplicou-se a rotina *dsolve* do Maple com as opções “numeric” e “method=rkf45” (Runge-Kutta-Fehlberg).

Vale destacar que é um estudo acadêmico que não leva em conta a chegada do satélite

artificial na lua Namaka, o objetivo é analisar trajetórias de diferentes altitudes para buscar por órbitas com maior tempo de vida em torno da lua. O *swing-by* da energia suficiente para um veículo espacial chegar em Namaka (por exemplo, Pioneer e Voyager saíram do Sistema Solar), mas o problema é frear. No entanto, existem estudos usando cabos e outras tecnologias para fazer isso no futuro.

### III. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste estudo, foram examinadas órbitas de baixa altitude para o satélite artificial ao redor de Namaka, com valores iniciais para o semieixo maior a partir de  $a_o = 1,1R_N$ , por um período inicial de 450 dias. As excentricidades iniciais analisadas para o satélite são: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05 e 0,06. Para os outros parâmetros orbitais são consideradas como condições iniciais:  $g = 0^\circ$ ,  $h = 0^\circ$  e  $i = 90^\circ$ . A escolha da inclinação de 90 graus (órbita polar), é porque, em geral, as missões científicas buscam esse tipo de órbita por passar próxima aos polos e com isso conseguir maior visualização dos corpos celestes visitados.

Com o resultado das simulações numéricas, construímos gráficos para analisar as alterações sentidas na excentricidade ( $e$ ) e na distância da posição do pericentro ( $r_p$ ) do satélite artificial. Estes dois parâmetros são importantes para verificar o tempo de vida do satélite artificial. O aumento de amplitude desses parâmetros pode indicar a possibilidade do satélite impactar com a superfície da lua Namaka.

Agora, substituindo o potencial perturbador ( $R = R_{2MS}$ ) nas equações Planetárias de Lagrange e integrando numericamente utilizando o software Maple, obtemos a variação dos elementos orbitais em relação ao tempo. O raio equatorial de Namaka não é bem determinado, logo usamos os valores  $R_N = 80$  km [4] e  $R_N = 100$  km [11] e comparamos os resultados.

#### A. Simulações considerando $R_N = 80$ km

Todas as simulações nesta subseção tiveram como condições iniciais:  $g = 0^\circ$ ,  $h = 0^\circ$  e

$i = 90^\circ$ . As órbitas com maior tempo de vida, dentro do período de 450 dias, só são observadas quando o semieixo maior inicial ( $a_o$ ) do satélite artificial está compreendido no intervalo dado por:  $1,1R_N \leq a_o \leq 1,5R_N$ . As colisões com a superfície de Namaka são indicadas nos gráficos de  $r_p \times t$  por interseções com a linha horizontal que representa a superfície de Namaka ( $R_N$ ). Na Figura 1, por exemplo, com  $a_o = 3R_N$ , nota-se colisões antes de 200 dias para todas as excentricidades iniciais consideradas.

Nas Figuras 2 a 5 mostramos o comportamento da posição do pericentro e da excentricidade versus o tempo. Note que as colisões ocorrem a partir de 150 dias para  $e = 0,06$  e  $a_o = 1,1R_N$  (ver Figura 2a), e após 400 dias para  $e = 0,01$  e  $a_o = 1,1R_N$  ou  $a_o = 1,2R_N$  (ver Figuras 2a e 3a). A órbita com  $e = 0,01$  e  $a_o = 1,1R_N$  é a que apresentou um maior tempo de vida dentro do período considerado neste estudo, verificando que quanto menor a excentricidade adotada para o satélite artificial, maior é o tempo de vida da órbita ao redor de Namaka. Como são analisadas órbitas de baixa altitude, aumentando a excentricidade acima de um valor crítico, o satélite impacta com a superfície da lua. Isto pode ser visto olhando para a posição do pericentro que é o ponto em que o satélite passa mais próximo da lua. Note também que a configuração é bastante sensível com relação às condições iniciais, para valores um pouco diferentes da excentricidade e altitude da órbita o satélite pode colidir em curto tempo. Considerando a atração gravitacional do planeta anão Haumea, que é a principal perturbação do sistema, encontramos valores de excentricidade e semieixo maior que possibilitam obter órbitas com o maior tempo de vida em torno da lua Namaka. Há outras fontes de perturbações de menor magnitude que podem ser desprezadas, como por exemplo, a perturbação da outra lua de Haumea, denominada de Hi'iaka e a perturbação do Sol [6, 10, 14].

Uma observação importante é que a perturbação devido à não-esfericidade da lua Namaka pode contribuir com a dinâmica do satélite artificial, com base em trabalhos publicados na literatura (ver [15–18]) em que os

autores analisaram a dinâmica de órbitas de baixa altitude em torno de outras luas, por exemplo, a nossa Lua e a lua de Júpiter Europa. Mas para levar em conta essa perturbação no potencial perturbador é necessário obter informações a respeito da distribuição não uniforme de massa de Namaka, que até o presente momento não encontramos na literatura.

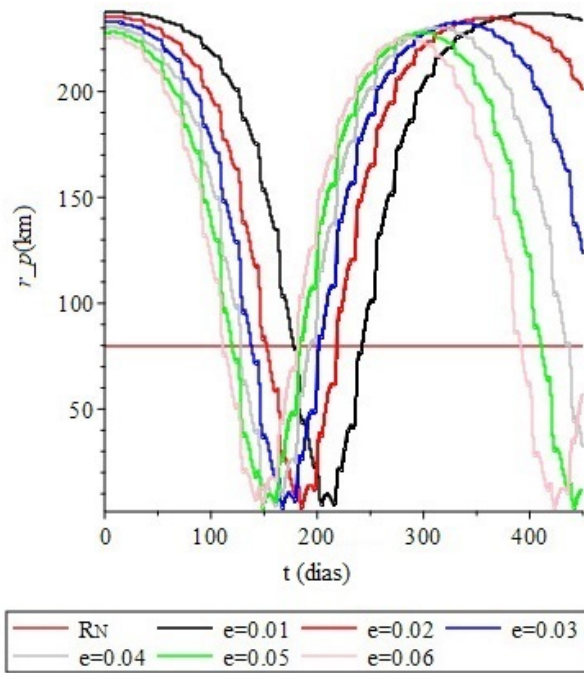


FIGURA 1: Distância da posição do pericentro versus tempo para  $a_o = 3R_N$  e potencial perturbador  $R = R2MS$ .

As Figuras 2b, 3b, 4b e 5b mostram que a excentricidade cresce exponencialmente até alcançar altos valores e colidir com a superfície de Namaka. Verifica-se a alta variação da excentricidade em relação ao tempo para todos os semieixos maiores iniciais considerados.

Com  $a_o = 2R_N$ , todas as excentricidades iniciais alcançam valores superiores a 0,9 em menos de 400 dias (ver Figura 5b). As Figuras 2b e 3b mostram que para  $e = 0,01$ ,  $a_o = 1,1R_N$  e  $a_o = 1,2R_N$  são as duas órbitas com menor taxa de crescimento da excentricidade.

Essas duas órbitas são as que apresentam o maior tempo de vida, ainda assim, as excentricidades crescem rapidamente com o tempo.

## B. Simulações considerando $R_N = 100$ km

Todas as simulações desta subseção tiveram como condições iniciais  $g = 0^\circ$ ,  $h = 0^\circ$  e  $i = 90^\circ$ . Assim como em  $R_N = 80$  km, as órbitas com maior tempo de vida, dentro do período de 450 dias, são observadas quando o semieixo maior inicial ( $a_o$ ) do satélite artificial está compreendido no intervalo dado por:  $1,1R_N \leq a_o \leq 1,5R_N$ .

Verifica-se nas Figuras 6 a 9 que há uma redução no tempo para a colisão, em um comparativo com as Figuras 2 a 5.

Mesmo assim, a órbita com  $e = 0,01$  continua sendo a órbita com maior tempo de vida dentre as excentricidades consideradas nas simulações, porém com a colisão mais rápida do que foi visto nas Figuras 2 e 3, em que, para a mesma excentricidade, as órbitas de  $a_o = 1,1R_N$ ,  $a_o = 1,2R_N$  e  $a_o = 1,5R_N$  colidiram com mais de 400 dias.

Já a Figura 9a mostra que as órbitas vão colidir em menos de 300 dias quando  $a_o = 2R_N$ . Note que uma missão científica, em geral, é programada para orbitar em torno de um satélite natural em torno de um ano.

Dessa forma, a órbita com maior tempo de vida encontrada pode ser selecionada para uma missão científica em torno de Namaka. Note também que o raio de Namaka influenciou no tempo de vida do satélite artificial, basta comparar as Figuras 2a, 2b e 6a, 6b.

Quanto à excentricidade, percebe-se ainda altas variações ao longo do tempo, de acordo com as Figuras 6b, 7b, 8b e 9b. Considerando  $a_o = 1,1R_N$  e  $a_o = 1,2R_N$ , a excentricidade inicial  $e = 0,06$  é a que possui maior variação, alcançando valores superiores a 0,9, enquanto que  $e = 0,01$  tem uma taxa menor de variação, tendo pico de 0,05.

Para o caso  $a_o = 2R_N$ , todas as excentricidades iniciais alcançam valores superiores a 0,9 dentro de 300 dias (ver Figura 9b). Verificamos que o valor do raio de Namaka interfere no tempo de vida do satélite, portanto, é necessário observações, em especial *in loco*, para determinar o valor correto do raio da lua para obter resultados mais precisos.

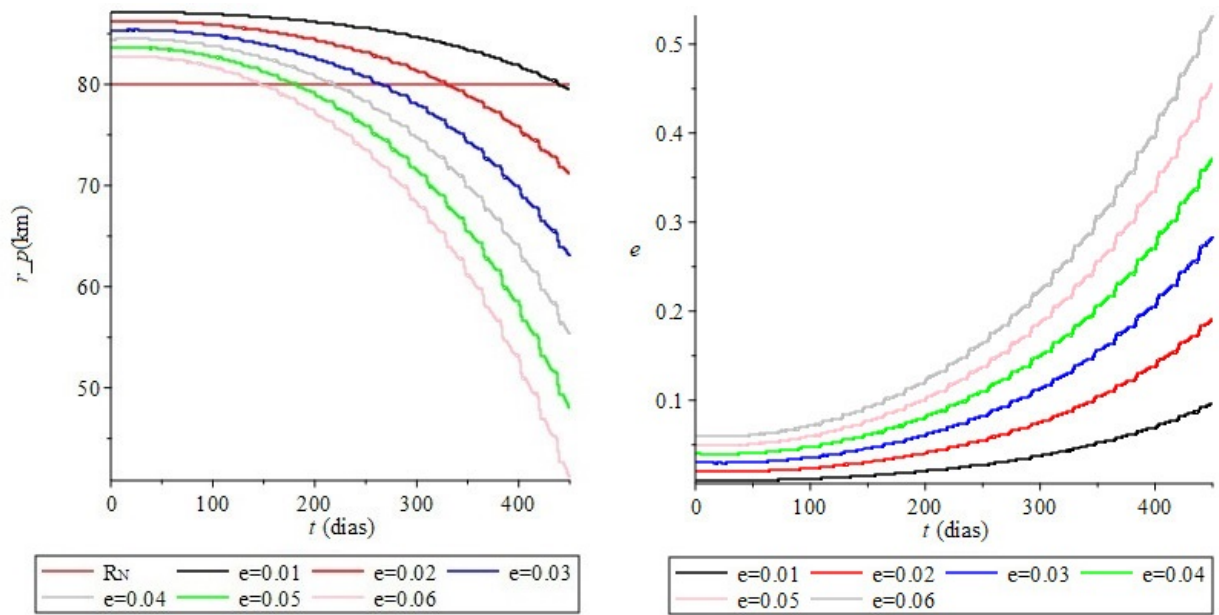


FIGURA 2:  $a_o=1,1R_N$  e potencial perturbador  $R=R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

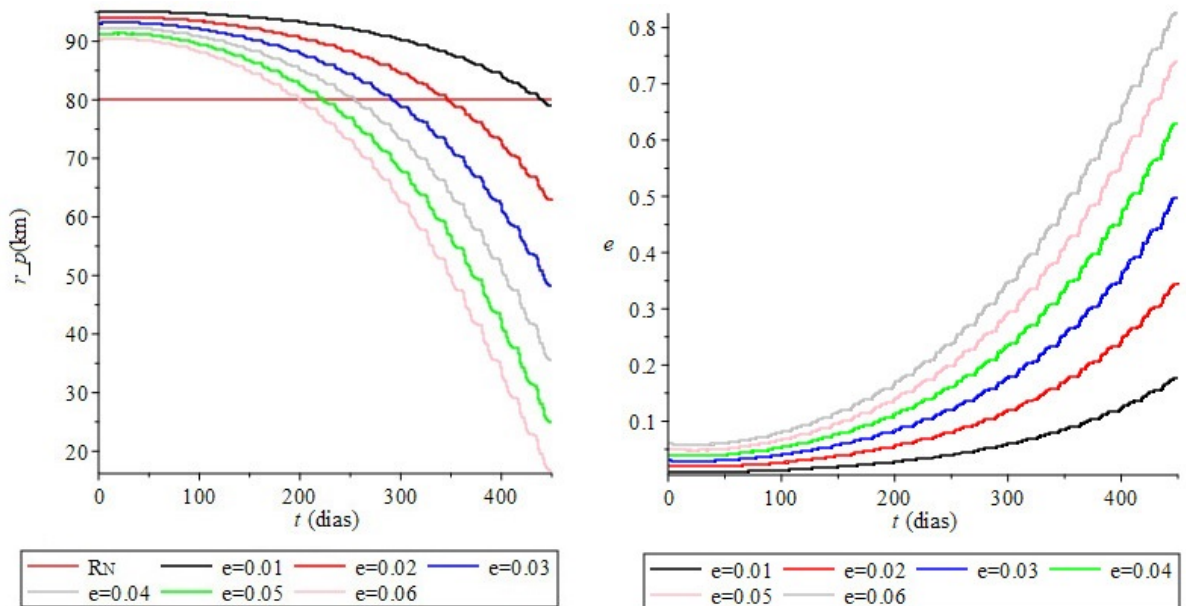


FIGURA 3:  $a_o=1,2R_N$  e potencial perturbador  $R=R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

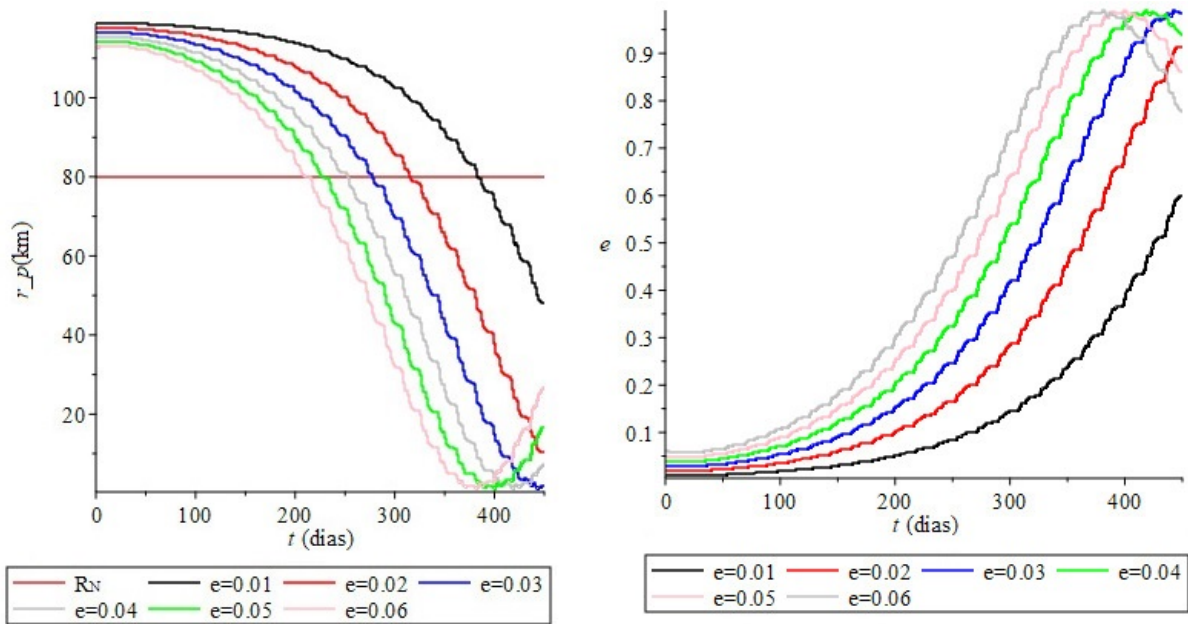


FIGURA 4:  $\alpha_o=1,5R_N$  e potencial perturbador  $R=R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

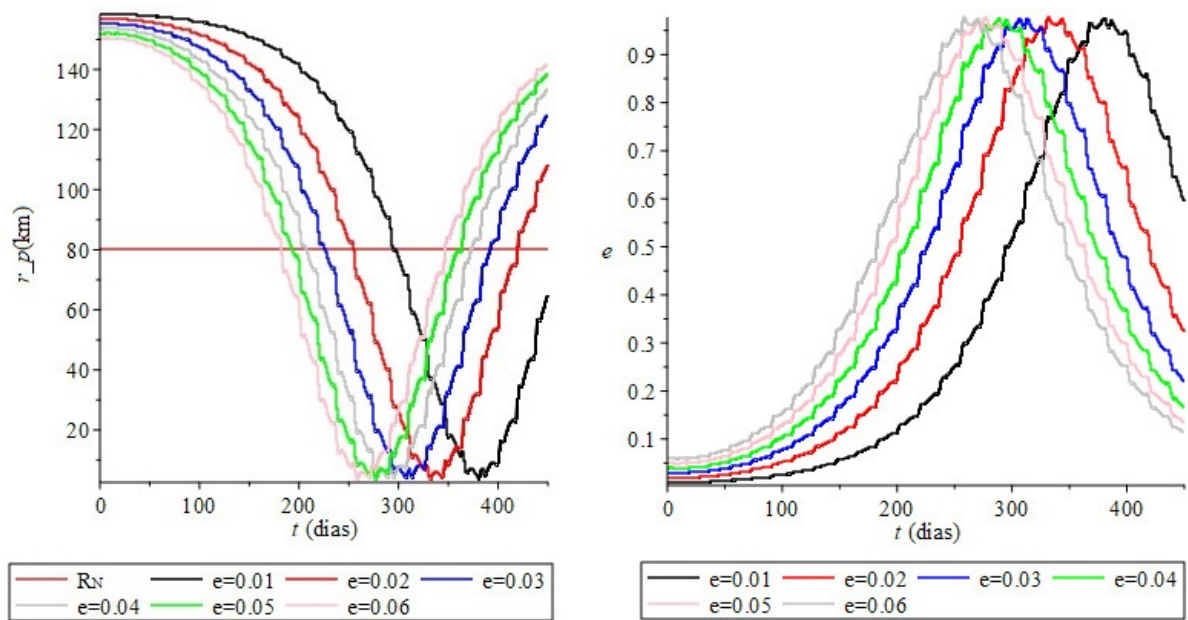


FIGURA 5:  $\alpha_o=2R_N$  e potencial perturbador  $R=R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

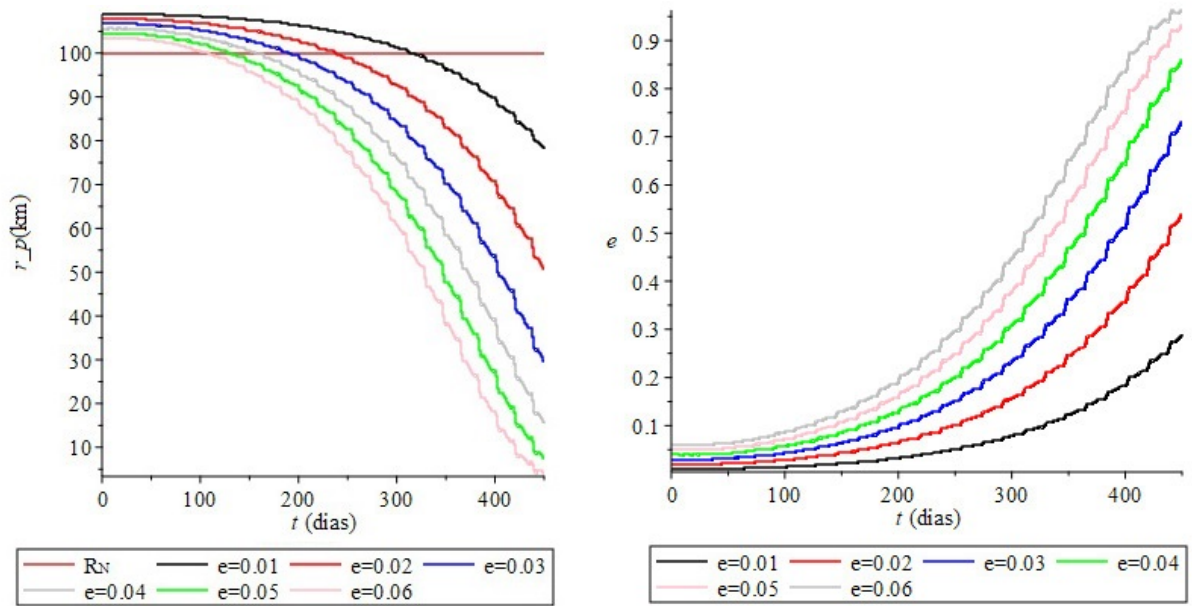


FIGURA 6:  $a_o = 1,1R_N$  e potencial perturbador  $R=R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

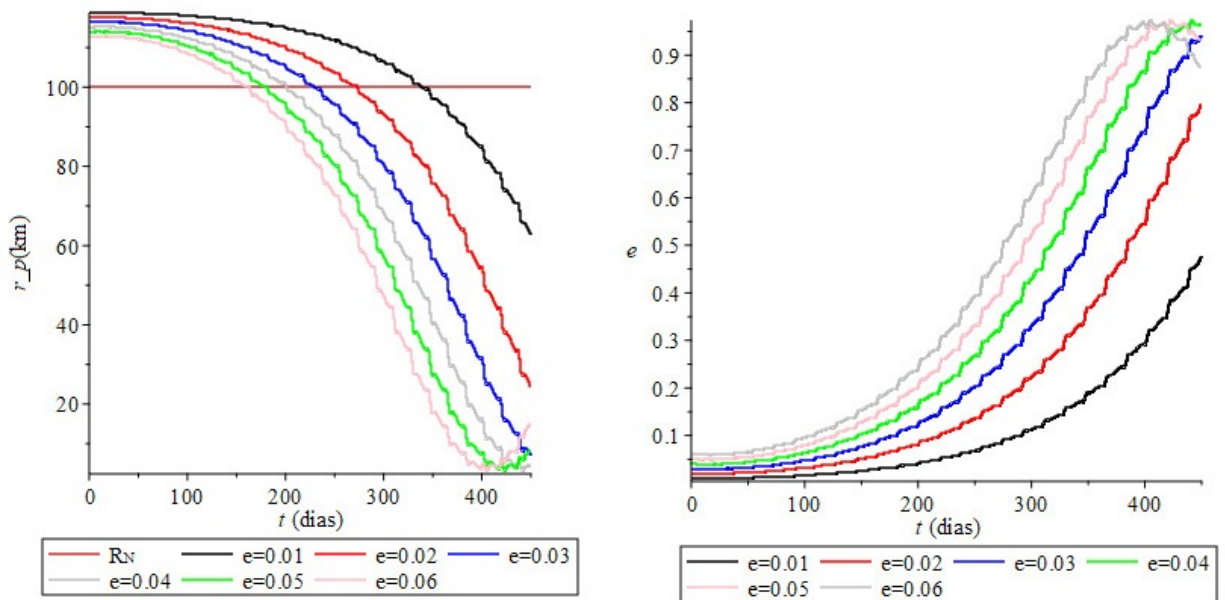


FIGURA 7:  $a_o = 1,2R_N$  e potencial perturbador  $R = R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

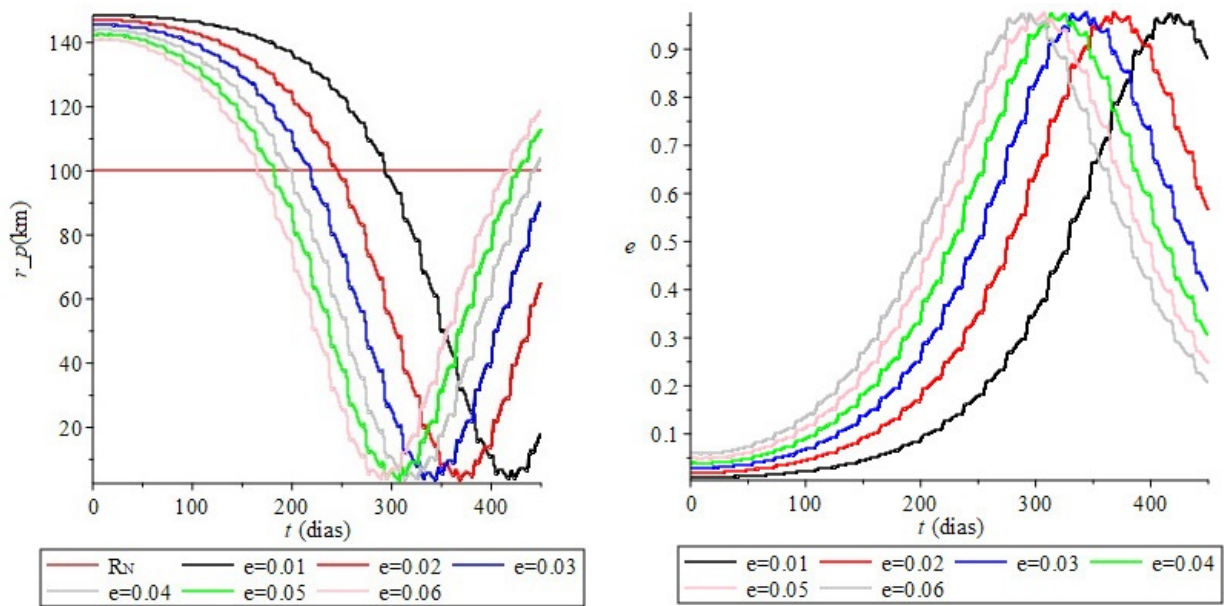


FIGURA 8:  $a_0 = 1,5R_N$  e potencial perturbador  $R = R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

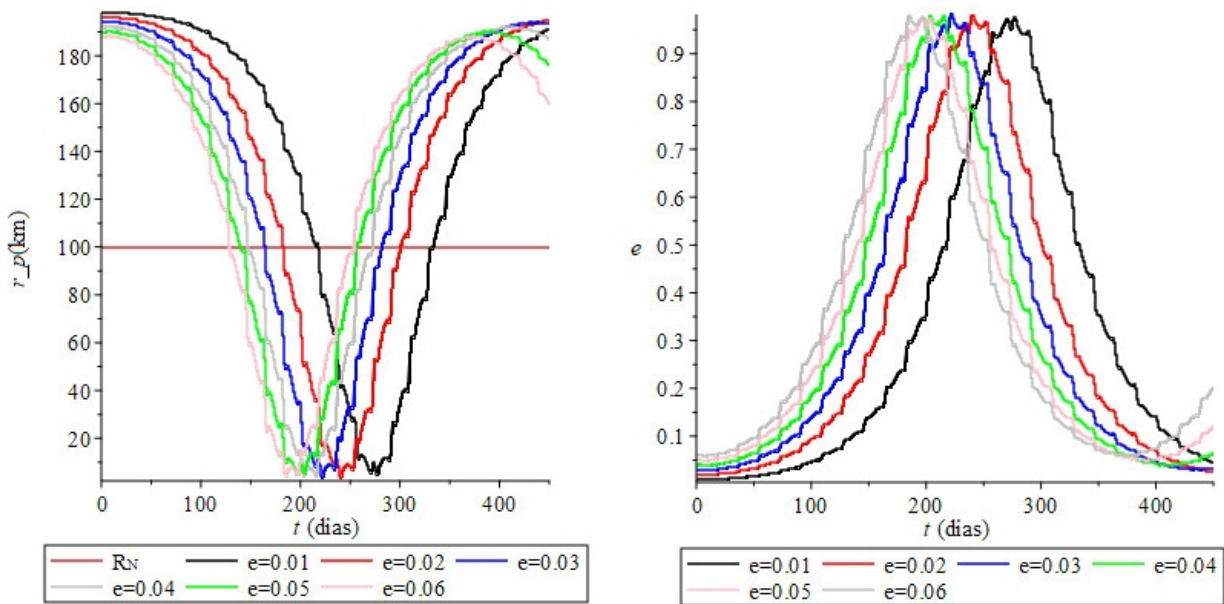


FIGURA 9:  $a_0 = 2R_N$  e potencial perturbador  $R = R2MS$ . a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

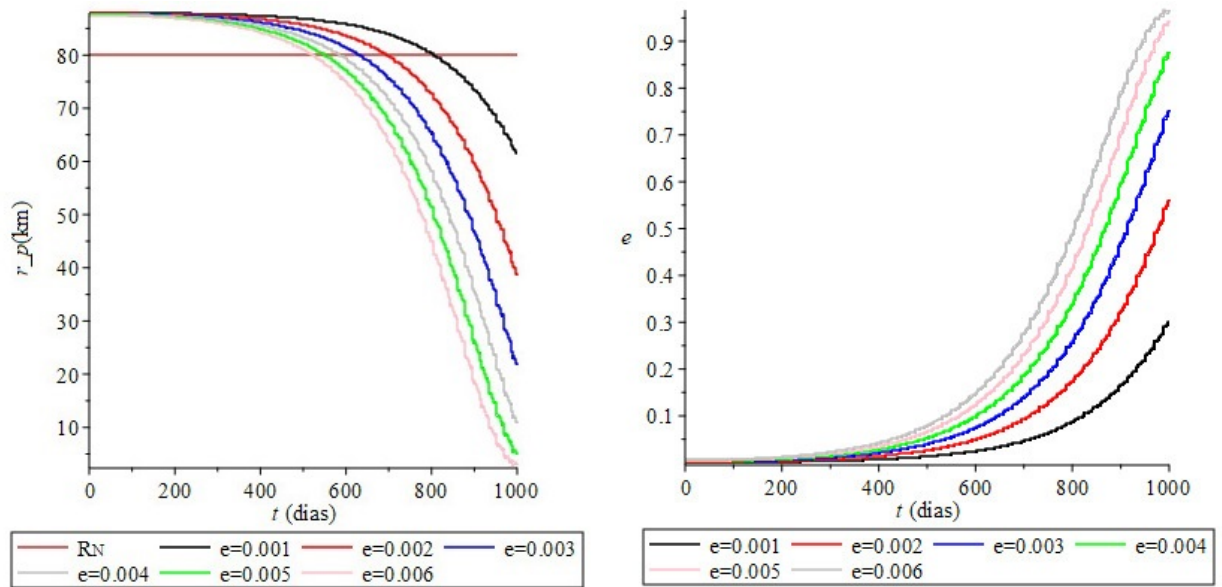


FIGURA 10:  $a_o = 1,1R_N$ , potencial perturbador  $R=R2MS$  e  $R_N = 80$  km. a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

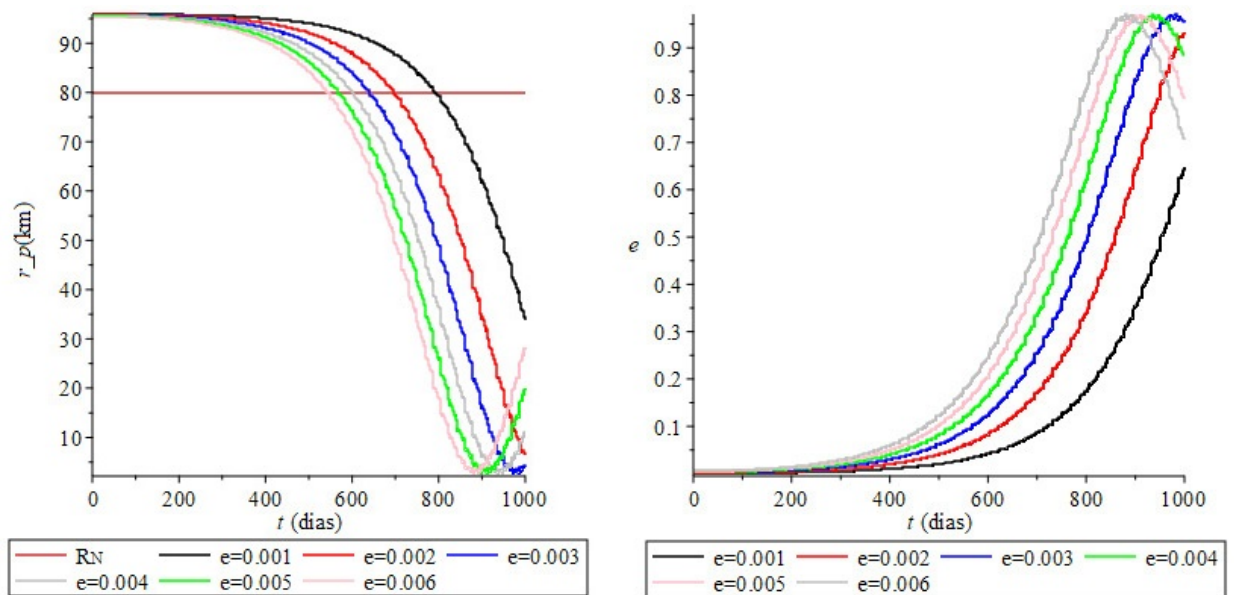


FIGURA 11:  $a_o = 1,2R_N$ , potencial perturbador  $R = R2MS$  e  $R_N = 80$  km. a) Distância da posição do pericentro versus tempo b) Excentricidade versus tempo.

### C. Simulações com excentricidades da ordem de $10^{-3}$

Uma vez que a órbita de excentricidade inicial  $e = 0,01$  apresentou um maior tempo de vida, agora são feitas simulações com excentricidades menores, da ordem de  $10^{-3}$ . Os valores iniciais de excentricidade analisadas nesta subseção são: 0,001; 0,002; 0,003; 0,004; 0,005 e 0,006. Todas as simulações tiveram como condições iniciais:  $g = 0^\circ$ ,  $h = 0^\circ$  e  $i = 90^\circ$ . O semieixo maior inicial ( $a_o$ ) do satélite artificial analisado aqui será de  $a_o = 1,1R_N$  e  $a_o = 1,2R_N$ , por terem sido as órbitas com maior intervalo de tempo até a colisão. Aqui, são apresentadas somente as simulações com o valor do raio de Namaka igual a  $R_N = 80$  km. Nas Figuras 10a e 10b, nota-se que com as excentricidades na ordem de  $10^{-3}$  o tempo de colisão se estendeu para 800 dias na órbita de  $e = 0,001$  e 600 dias para  $e = 0,006$ .

Quanto às excentricidades, nos gráficos das Figuras 11a e 11b, verifica-se que a maior variação foi sentida para  $e = 0,006$ , superando 0,9 dentro de 1000 dias, e a menor variação foi para  $e = 0,001$ , aproximando-se de 0,7, no mesmo intervalo de tempo. Para o caso quando  $R_N = 100$  km, com as excentricidades na ordem de  $10^{-3}$ , o tempo de colisão ficou entre 400 e 600 dias, sendo mais curto do que o caso anterior quando  $R_N = 80$  km. A órbita com  $e = 0,001$  é a que apresentou um maior tempo de vida.

Dessa forma, verificamos que considerando apenas a perturbação gravitacional de Haumea o tempo de vida de uma órbita em torno da lua Namaka é maior para um satélite posto numa órbita quase circular bem próxima da lua.

Quando os dados físicos da lua estiverem disponíveis na literatura, como por exemplo, os valores dos eixos principais e o valor exato

ou bem aproximado do raio de Namaka, será possível calcular os harmônicos esféricos principais para levar em conta na dinâmica a não esfericidade da lua Namaka. E com isso, as simulações apresentadas aqui deverão ser refeitas levando em conta essa nova perturbação devido a distribuição não-uniforme de massa.

## IV. CONCLUSÕES

Analisamos a dinâmica de um satélite artificial em órbitas de baixa altitude em torno da lua Namaka, apenas considerando a perturbação do terceiro corpo, que neste estudo é o planeta anão Haumea. Mostramos que as órbitas com maior tempo de vida, em que a colisão demorou mais tempo para ocorrer, são as que possuíam menores valores da excentricidade. Nas órbitas com excentricidade da ordem de  $10^{-3}$ , e principalmente para  $e = 0,001$ , o tempo de colisão chegou a ocorrer próximo de 800 dias. As órbitas mais excêntricas vão colidir rapidamente devido à atração gravitacional de Haumea. Destacamos que as órbitas encontradas com maior tempo de vida possuem as seguintes condições iniciais:  $e = 0,01$  ou  $0,001$ ,  $i = 90^\circ$  e semieixo maior entre  $1,1R_N \leq a_o \leq 1,2R_N$ . Para aperfeiçoar este estudo, além da perturbação do terceiro corpo, seria importante levar em consideração a perturbação devido à distribuição não uniforme de massa do corpo central, a lua Namaka. Para tal, faz-se necessário os valores dos eixos de Namaka, ainda não determinados, a fim de calcular os coeficientes harmônicos esféricos e, consequentemente, as perturbações relacionadas. A importância deste estudo recai na possibilidade de realizações de missões espaciais na lua Namaka, além de auxiliar em pesquisas aeroespaciais acerca da dinâmica envolvendo o sistema Haumea.

- [1] NASA. *Haumea: In Depth*. (2019). Página da Internet: <https://solarsystem.nasa.gov/planets/dwarf-planets/haumea/in-depth/>. Acesso: 16 de novembro de 2020.
- [2] J. Gregorio-Hetem, V. Jatenco-Pereira, C.M

de Oliveira, *Fundamentos de Astronomia*. São Paulo: IAG-USP (2000).

- [3] J.L. Ortiz *et al.*, *The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation*. *Nature* **550**, (7675) 223 (2017).

- [4] D. Ragozzine, M.E. Brown, *Orbits and Masses of the Dwarf Planet Haumea (2003 EL61)*. The Astronomical Journal **137**, (6) 4776 (2009).
- [5] M. Cuk, D. Ragozzine, D. Nesvorný, *On the dynamics and origin of Haumea's moons*. The Astronomical Journal **146**, (4) 89 (2013).
- [6] D.M. Sanchez, A.F.B.A. Prado, *On the use of mean motion resonances to explore the Haumea system*. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference **162**, (2) 1507 (2017).
- [7] H.E. Schlichting, R. Sari, *The creation of Haumea's collisional family*. The Astrophysical Journal **700**, (2) 1242 (2009).
- [8] J.P.S. Carvalho, E. Tresaco, R.V. de Moraes, A.F.B.A. Prado, *Perturbações orbitais sobre uma vela solar*. Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics **5**, (1) (2017).
- [9] J.P.S. Carvalho, *Orbits around the dwarf planet Haumea*. Journal of Physics: Conference Series **1365**, (2019).
- [10] O.C. Winter, G. Borderes-Motta, T. Ribeiro et al., *On the location of the ring around the dwarf planet Haumea*. Monthly Notices of The Royal Astronomical Society **484**, (3) 3765 (2019).
- [11] D.M. Sanchez, A.F.B.A. Prado, A.A. Sukhanov, T. Yokoyama, *Optimal Transfer Trajectories to the Haumea System*. In: SpaceOps Conference, 2014. Pasadena: AIAA (2014).
- [12] C.D. Murray, S.F. Dermott, *Solar System Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press (1999).
- [13] M.B. Morando, S.F. Dermott, *Mouvement d'un satellite artificiel de la Terre*. Paris: Gordon & Breach (1974).
- [14] D.M. Sanchez, R. Deienno, A.F.B.A. Prado, K.C. Howell, *Perturbation Maps and the ring of Haumea*. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **496**, (2) 2085 (2020).
- [15] B. De Saedeleer, J. Henrard, *The combined effect of  $J_2$  and  $C_{22}$  on the critical inclination of a lunar orbiter*. Advances in Space Research **37**, (1) 80 (2006).
- [16] D.J. Scheeres, M.D. Guman, B.F. Villac, *Stability analysis of planetary satellite orbiters: application to the Europa orbiter*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics **24**, (4) 778 (2001).
- [17] J.P.S. Carvalho, R. Vilhena de Moraes, A.F.B.A. Prado, *Nonsphericity of the Moon and Near Sun-Synchronous Polar Lunar Orbits*. Mathematical Problems in Engineering **2009**, ArticleID" 740460 (2009). doi:10.1155/2009/740460
- [18] J.P.S. Carvalho, R. Vilhena de Moraes, A.F.B.A. Prado, *Dynamics of Artificial Satellites around Europa*. Mathematical Problems in Engineering **2013**, ArticleID" 182079 (2013). doi:10.1155/2013/182079