

UMA ANÁLISE DAS DEFINIÇÕES DE FLUXO DE UM VETOR EM FONTES DIDÁTICAS

AN ANALYSIS OF THE DEFINITIONS OF VECTOR FLOW IN DIDACTIC SOURCES

Jornandes Jesús Correia

*Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas (DCET) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, 45.083 - 900, Vitória da Conquista – BA,
E-mails: jjcorreia57@gmail.com; jornandes.correia@uesb.edu.br*

Objetiva-se investigar em fontes didáticas a definição de Fluxo de um Vetor. As etapas de investigação são: inventário das fontes; formulação das hipóteses; análise das definições; e conclusão. A investigação das definições se procedeu nas seguintes fontes didáticas: dicionários; livros didáticos de nível médio e de nível superior; e *sites* da *internet*. De acordo com o Teorema de Ostrogradski-Gauss, inconsistências foram encontradas nas estruturas lógicas dos textos das definições da maioria dos textos analisados. Tais inconsistências podem dar origem a obstáculos epistemológicos, de modo a comprometer a aprendizagem significativa sobre o fluxo de uma grandeza vetorial.

Palavras-chave: *Análise de Conteúdo; Aprendizagem Significativa; Obstáculo Epistemológico; Transposição Didática.*

The aim is to investigate the definition of the Flux of a Vector in teaching sources. The investigation stages are: inventory of sources; formulation of hypotheses; analysis of the definitions; and conclusion. The investigation of definitions was carried out in the following teaching sources: dictionaries; secondary and higher education textbooks; and websites. According to the Ostrogradski-Gauss Theorem, inconsistencies were found in the logical structures of the definition texts of most of the analyzed texts. Such inconsistencies can give rise to epistemological obstacles, compromising the meaningful learning about flux of a vector.

Keywords: *Content Analysis; Didactic Transposition; Epistemological Obstacle; Meaningful Learning.*

INTRODUÇÃO

Em princípio, os livros didáticos deveriam estar apresentando informações claras, concisas e confiáveis sobre as grandezas físicas, de modo a contribuir para o aprendizado significativo do saber científico. Entretanto, na etapa da adaptação de saber sábio em saber a ser ensinado, um objeto de ensino sofre um conjunto de transformações (CHEVALARD, 2001, p 20). Com isso, determinadas grandezas físicas ficam susceptíveis a manifestar inconsistências na representação lógica dos seus construtos. Nesse sentido, uma descrição mal elaborada de um fenômeno físico ou uma descrição incoerente do seu modelo pode dar origem a obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996).

As grandezas físicas têm uma significação muito mais relevante que aquela que pode ser obtida a partir da leitura da relação matemática que a equaciona. Entretanto, a qualidade e a quantidade se complementam. O fluxo de um vetor, que tem características de um operador matemático, está presente na representação de muitas leis fundamentais da

Física, a exemplo do Teorema de Ostrogradsky-Gauss, do Teorema de Stokes-Cartan, da Lei de Fourier da Calorimetria e das quatro Equações de Maxwell. Neste caso, o operador matemático é “fluxo de ...” que deve ser aplicado a “... um vetor”. Esse vetor pode estar representado por um campo ou por uma velocidade. Segue algumas leis da Física que fazem uso do operador “fluxo” aplicado a um vetor:

01. O Teorema de Ostrogradsky-Gauss, que afirma que o fluxo de um vetor através de uma superfície fechada é igual à divergência líquida desse mesmo vetor no volume envolvido pela superfície fechada;
02. O Teorema de Stokes-Cartan, que afirma que a circulação de um vetor é igual ao fluxo do rotacional desse mesmo vetor;
03. A Lei de Fourier, que estabelece que a taxa de transferência da energia térmica de um ponto a outro ponto dentro de um conduto é proporcional ao fluxo do vetor gradiente de temperatura entre esses dois pontos;
04. A equação de Gauss da eletricidade, que afirma que o fluxo do vetor indução elétrica (\mathbf{D}) através de uma superfície gaussiana fechada é igual à carga elétrica líquida dentro do volume envolvido por essa superfície gaussiana;
05. A equação de Gauss do magnetismo, que afirma, que afirma que é nulo o fluxo do vetor indução magnética (\mathbf{B}) através de uma superfície gaussiana fechada;
06. A Lei da Indução de Faraday, que afirma que a circulação do vetor campo Elétrico (\mathbf{E}) é igual à derivada em relação ao tempo do fluxo do vetor indução magnética através de uma superfície aberta, cuja conservação de energia fica garantida pela lei de Lenz;
07. A Lei Circuital de Ampère afirma que a circulação do vetor Campo Magnético (\mathbf{H}) é igual ao fluxo do vetor densidade de corrente de condução numa superfície aberta adicionado à variação em relação ao tempo do fluxo do vetor indução elétrica através de uma superfície aberta.

Devido à grande abrangência da modelagem do fluxo de um vetor em vários campos da Física, a exemplo da Mecânica dos Fluidos, do Eletromagnetismo e da Termodinâmica e devido à pouca abordagem sobre este tema em publicações científicas é que foi proposta esta investigação.

Na seção que se segue serão apresentados os teoremas que serão considerados como referência para as análises das definições apresentadas pelas fontes didáticas.

A DEFINIÇÃO DE FLUXO DE UM VETOR SEGUNDO A ANÁLISE VETORIAL

O fluxo $\phi_{\vec{F}}$ de um vetor \vec{F} através de um elemento de área (dA) de uma superfície gaussiana fechada (S) é representado matematicamente por meio da seguinte equação:

$$\phi_{\vec{F}} = \oiint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA$$

Caso a superfície seja aberta, o fluxo $\phi_{\vec{F}}$ do vetor \vec{F} do vetor será representado por:

$$\phi_{\vec{F}} = \iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA$$

O vetor unitário \hat{n} deve apontar sempre para fora de uma superfície convexa.

A área S na primeira equação desta seção é uma superfície fechada que envolve o volume V , enquanto que a área S na segunda equação desta seção é uma superfície aberta que está envolvida por uma curva C fechada.

Quando o vetor \vec{F} for constante em toda área S , o fluxo $\phi_{\vec{F}}$ desse vetor \vec{F} será representado por

$$\phi_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \hat{n} A$$

Note que

$$\vec{F} = F \hat{F}$$

Sendo assim

$$\vec{F} \cdot \hat{n} A = F A \hat{F} \cdot \hat{n}$$

Mas

$$\hat{F} \cdot \hat{n} = \cos\theta$$

Então

$$\phi_{\vec{F}} = F A \cos\theta$$

A área A da superfície (S), através da qual acontece o fluxo do vetor, é interpretada como o somatório de cada um de suas partes elementares (dA). O $\cos\theta$ será positivo se o vetor unitário \hat{F} estiver apontando para fora de uma superfície convexa. Caso contrário, o $\cos\theta$ será negativo se o vetor unitário \hat{F} estiver apontando para dentro de uma superfície convexa.

O Teorema de Ostrogradski-Gauss relaciona o fluxo de um vetor com a divergência desse vetor no volume envolvido pela superfície fechada pela qual ocorre referido fluxo do referido vetor. Ou seja

$$\oiint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA = \iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV$$

Em que \hat{n} é um vetor unitário e normal ao elemento de superfície dA . Esta equação é a representação matemática do Teorema Fundamental da Divergência.

O Teorema de Stokes-Cartan, também denominado por Teorema de Green, estabelece que a circulação do vetor \vec{F} é igual fluxo do rotacional do vetor \vec{F} através da área S envolvida pela curva fechada C , ou seja:

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\hat{r} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \hat{n} dA$$

As definições de fluxo apresentadas pelas fontes didáticas serão analisadas com base nestes dois teoremas.

Na seção que se segue serão analisadas as definições apresentadas pelas fontes didáticas.

A DEFINIÇÃO DE FLUXO DE UM VETOR EM DICIONÁRIOS E ENCICLOPÉDIAS,

No dicionário Aurélio (1986) afirma que “fluxo” é o “ato ou modo de fluir”, que o fluxo “num campo vetorial” é “a integral do produto escalar do vetor associado a cada ponto pelo vetor de um elemento infinitesimal de área que contenha o ponto” (AURÉLIO, 1986, p. 791), que “fluxo de massa” é “a massa de um fluido que escoar através de uma área, por unidade de tempo” e que o fluxo de um vetor é “a integral sobre uma superfície de uma função vetorial de ponto, definida em toda a superfície”. Entretanto, este dicionário também define “escoamento” como a “maneira como flui uma corrente”.

Magalhães *et al* (1973, p. 267) apresentam a seguinte definição para fluxo:

De modo geral, o termo designa escoamento, movimento de fluidos. Quando de uma substância que passa por unidade de tempo por uma certa superfície, por exemplo, pela seção de um tubo ou de um canal.

...

Fluxo líquido através de uma superfície é o volume do líquido que atravessa num certo tempo.

Estas informações acima, tomadas como precisas, podem dar origem a um obstáculo epistemológico num leitor que não analisa, com base numa lógica, as proposições encontradas em fontes didáticas.

Magalhães *et al* (1973, p. 268) apresentam a seguinte definição para “fluxo de energia”: “Limite da relação entre a quantidade de energia radiante emitida ou recebida num intervalo de tempo, quando este intervalo de tempo tende a zero”. Como energia é um escalar, não deveria existir o termo “fluxo de energia”.

Vallandro (1990), por outro lado, traduzem os substantivos “flux” como fluxo, “outflow” como escoamento e o verbo “flow” como o feito de fluir. Em contrapartida, o dicionário Webster’s (1989) afirma que “outflow” significa “fluir para fora”.

“Escoamento” e “fluxo de um vetor” obedecem a princípios distintos, porque escoar está associado ao movimento de algo que dá origem a um vetor velocidade. Por

outro lado, o fluxo de um vetor pode estar vinculado a um vetor que está em um regime estático.

“Fluxo de um vetor” e “vazão”, talvez por terem a mesma unidade dimensional, são abordados nos dicionários como sinônimo, mas podem descrever fenômenos distintos.

Em suma, o real significado de fluxo de um vetor não foi encontrado nas definições apresentadas pelos dicionários pesquisados.

Na seção seguinte será analisada a definição de fluxo de um vetor em livros didáticos.

A DEFINIÇÃO DE FLUXO DE UM VETOR EM LIVROS DIDÁTICOS

O verbete “escoamento” foi apresentado por Halliday & Resnick (1977, p. 498) para designar movimento de um fluido. Mas, na página 502, definiu o produto $\vec{v} \cdot \vec{A}$ como o “fluxo de volume”. Tipler (1978), na página 717, associa a Lei de Gauss da Eletricidade com “fluxo de carga” e com “Fluxo Elétrico”, porém associando-o ao número de linhas que passam por uma superfície. Serway & Jewett (2004), limitam-se a definir matematicamente o fluxo do campo elétrico e associa esse resultado ao número de linhas de campo que atravessa uma superfície gaussiana. Alonso & Finn (1977), na página 121, embora tenham feito referência a fluxo de um campo vetorial, associado aos campos eletromagnéticos estáticos, por outro lado, fez referência ao termo “fluxo de partículas” através de uma área. Gilliam & King (1985, p. 86) e Goldemberg (1970, p. 47) fazem referência a fluxo associando-o à Equação de Bernoulli. Nussenzveig (1997) fez referência a “fluxo de massa” e sugere que o “conceito de fluxo” é sinônimo de “vazão de um fluido através de uma superfície”. Sears & Zemansky (1976, p. 220) fazem uso do termo “fluxo de calor”. Orear (1976, p. 151) recomenda que não se deve usar o formalismo de linhas de força em eletrostática, mas afirma, na página 156, que “nossa definição de Linhas de Força é a mesma da do fluxo elétrico” e, na página 189 usa o termo “fluxo magnético”. Máximo & Alvarenga (2006, p. 139) fazem uso do termos “fluxo de calor” ao abordarem sobre a Lei de Fourier. Ramalho (2007, 358) faz uso do termo “fluxo” sem associá-lo a um vetor. Hewitt (2015, p. 124) usou a expressão “fluxo das águas”. Felter (2004, p. 282) e Reis (2013, 274) afirmam que corrente elétrica é “fluxo de elétrons”.

Os autores Purcel (1980), Stewart *et al* (2013), Martins (1973), Reitz *et al* (1982) e Guidorizzi *et al* (2002) definem fluxo de um vetor em concordância com o Teorema de Ostrogradski-Gauss.

Os livros didáticos da área da Meteorologia, diferentemente dos demais, apresentam as grandezas como Radiação e Irradiação e associam estas duas grandezas a “fluxo de energia”. Irradiação é definida como uma quantidade de energia por unidade de área e por unidade de tempo, ou seja, é a potência média por unidade de área, enquanto que Radiação é definida como uma quantidade de energia por unidade de área, por unidade de tempo e por unidade de ângulo sólido. van de Hulst (1980) sugere que o uso desses dois termos pode causar desconforto epistemológico num aprendiz, mas faz uso do termo “fluxo líquido”, enquanto McCartney (1983) utiliza-se dos termos “fluxo radiante” e “fluxo de energia”.

Observou-se uma falta de concordância na maioria dos textos dos livros pesquisados quanto à abordagem de fluxo de um vetor.

DEFINIÇÃO DE FLUXO DE UM VETOR EM SITES DA INTERNET

Por considerar a *internet* como uma fonte de consulta e de pesquisa de fácil acesso, é que foi feita a análise da abordagem sobre fluxo de um vetor em seis *sites* distintos.

O site wikipedia.com (WIKIPEDIA, 2022) afirma que o fluxo é um vetor ou um escalar a depender do contexto: “No contexto de eletromagnetismo, o fluxo é uma grandeza escalar, que descreve a intensidade da atuação de um campo através de uma superfície arbitrária. No contexto de fenômenos de transportes, como transferência de calor e difusão, fluxo é uma grandeza vetorial, que descreve a magnitude e direção do fluxo de uma substância ou propriedade.”. O site alfaconnection.com (ALFACONNECTION, [S. D]) afirma que “Fluxo Φ de um vetor V numa superfície S é o produto da projeção do vetor sobre a norma da superfície pela área da superfície: $\Phi = Sv\cos\theta$ ”. O site colegioweb.com.br (COLEGIO WEB, 2012) e o site brasilecola.uol.com.br (CAVALCANTE, [S. D.]) apresentam a equação $\Phi = BA\cos\theta$ como a definição do fluxo de vetor indução eletromagnética. O site infoescola.com (KÍTOR, [S.D.]), diferente dos outros sites consultados, foi o mais criterioso ao definir fluxo de um vetor aplicado ao eletromagnetismo: “Quando certa quantidade de linhas de campo atravessa uma superfície, diz-se que ocorre um fluxo de linhas de campos pela respectiva superfície. “(KÍTOR, [S.D.]”.

Já o *site* if.ufrgs.br/ (dos SANTOS & PINTO, 2003) afirma que o “fluxo é expresso no formalismo matemático através do produto escalar entre o vetor campo magnético, e o vetor área”. E ainda apresenta a seguinte observação: “o vetor área, por definição, é um

vetor perpendicular à superfície, cujo módulo é proporcional à área da superfície”, (dos SANTOS & PINTO, 2003).

Observou-se uma uniformidade quanto à falta de precisão e de clareza nos textos das definições de fluxo de um vetor nos *sites* acima citados.

O site Wikipediaⁱ é o que aborda o conceito de fluxo de um vetor que mais se assemelha ao que é proposto pelo Teorema de Ostrogradski-Gauss, a saber:

$$\underbrace{\int \cdots \int_U}_{n} \nabla \cdot \mathbf{F} dV = \underbrace{\oint \cdots \oint_{\partial U}}_{n-1} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$$

Observa-se que a primeira equação do *site* “02. Teorema fundamental”ⁱⁱⁱ, do Instituto Federal de Goiás (IFG), é a que apresenta o Teorema de Ostrogradski-Gauss de forma mais simples possível, sob a denominação de Teorema Fundamental do Divergente.

FLUXO DE UM VETOR EM ARTIGOS CIENTÍFICOS

Dos artigos que fazem referência a fluxo de um vetor, três deles mereceram destaque: Goldman, Lopes e Robilottaⁱⁱⁱ apresentam uma discussão interessante e ricamente elaborada sobre a Lei de Gauss da Eletricidade; Ferreira (2017)^{iv} apresentou um projeto visando a abordagem das Equações de Maxwell nas séries finais do Ensino Médio; Gomes *et al* (2008)^v apresentam um modelo computacional para “carga-fluxo de dipolo”. Apesar do uso do termo “fluxo de cargas atômicas”, na terceira citação, que foge da estrutura lógica de uma definição de fluxo de um vetor, o referido artigo aborda sobre fluxo de um vetor relacionado a dipolos elétricos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nas subseções que se seguem serão analisadas a aplicação do termo “fluxo” a algumas grandezas escalares.

USO DO FLUXO NA TRANSFERÊNCIA DE CARGA ELÉTRICA.

Tipler & Mosca *et al* (2006, p. 145) e Sears & Zemansky (2015, p. 147) associam a corrente elétrica a uma taxa de variação da carga elétrica que flui através de uma área. Embora Sears & Zemansky (2015, p. 147) tenham afirmado que a corrente elétrica é o fluxo do vetor densidade de corrente elétrica, na página 146 estes autores associaram corrente elétrica ao “fluxo total das cargas”.

Halliday & Resnick (2016, p. 325) apresentam uma equação coerente para a corrente elétrica, ao associarem com o fluxo do vetor densidade de corrente elétrica. Por outro lado, nessa mesma página, estes autores associaram “corrente total” i em um condutor a fluxo de cargas.

USO DO FLUXO NA TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA TÉRMICA

Nesta seção será investigado como a Lei de Fourier é discutida nos livros didáticos Sears & Zemansky *et al* (2015, p. 221) associam dQ a uma quantidade de calor que é transferida através de uma barra e, na página 222, e associam a Lei de Fourier ao fluxo de calor. Jewett & Serway *et al* (2011) apresentam uma discussão muito interessante e precisa quanto à abordagem da Lei de Condução Térmica:

A taxa de condução térmica depende das propriedades da substância que está sendo aquecida [...]. A condução ocorrerá somente se houver uma diferença de temperatura entre duas partes do meio condutor. Considere uma placa de material de espessura Δx e área transversal A . Uma face da placa está a uma temperatura T_f , e a outra está a uma temperatura $T_q > T_f$. Experimentalmente, vê-se que a transferência de energia Q em um intervalo de tempo Δt acontece da face mais quente para a mais fria. A taxa $P = Q/\Delta t$ na qual essa transferência de energia ocorre é proporcional à área transversal e à diferença de temperatura $\Delta T = T_q - T_f$, e inversamente proporcional à espessura:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

(JEWETT & SERWAY, 2011, p. 146)

Após fazerem esta descrição empírica, os autores fizeram a seguinte ressalva:

Note que P tem unidades de watts quando Q é dado em joules, e Δt é dado em segundos. Isso não surpreende, porque P é potência, a taxa de transferência de energia por calor. Para uma placa de espessura infinitesimal dx e diferença de temperatura dT , podemos escrever a Lei de Condução Térmica como: $P = KA \left| \frac{dT}{dx} \right|$. Onde a constante de proporcionalidade K é a condutividade térmica do material e $\left| \frac{dT}{dx} \right|$ é o gradiente de temperatura (a taxa na qual a temperatura varia com a posição).

(JEWETT & SERWAY, 2011, p. 146)

Halliday & Resnick *et al* (2016, p. 450) abordam a sobre a Lei de Fourier relacionando à razão entre Q (“energia na forma de calor”) e a unidade de tempo t na qual ocorre a taxa da condução.

Pode ser afirmado que a expressão $\frac{\Delta T}{L}A$ da Lei de Fourier representa o módulo do fluxo do vetor gradiente de temperatura através da área \vec{A} , caso L seja um comprimento infinitesimal. Por intermédio da multiplicação de $\frac{\Delta T}{L}A$ pela constante condutividade

térmica do meio pode-se obter a taxa da transferência de Energia Térmica de um ponto a outro do condutor térmico.

USO DO FLUXO NA DEFINIÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE.

É na hidrodinâmica que o termo “fluxo”, ou vazão de um fluido ganha o real significado de escoamento, pois trata da rapidez com que determinado volume de um fluido passa por uma área num dado intervalo de tempo. Nesse contexto, fluxo e vazão estão diretamente ligados à Equação da Continuidade.

Halliday & Resnick *et al* (2016) fazem uma abordagem sobre a dependência do vetor velocidade:

Para observar o escoamento de um fluido, usamos traçadores, por exemplo, gotas de corante introduzidas em um líquido, ou partículas de fumaças misturadas a um gás. Cada gota ou partícula de um traçador torna visível uma linha de fluxo, que é a trajetória seguida por um pequeno elemento do fluido. A velocidade linear de uma partícula é tangente à trajetória da partícula. No caso que estamos examinando, a partícula é um elemento do fluido, e a velocidade \vec{v} do elemento é tangente a uma linha de fluxo.

(HALLIDAY & RESNICK, 2016, p. 175)

Mais adiante, Halliday & Resnick *et al* (2016), p.177, continuam com a abordagem sobre fluxo.

A Eq.14-23 ($A_1 v_1 = A_2 v_2$) se aplica não só a um tubo real, mas também a qualquer tubo de fluxo, um tubo imaginário formado por um feixe de linhas de fluxo. Um tubo de fluxo se comporta como um tubo real porque nenhum elemento do fluido pode cruzar uma linha de fluxo; assim, todo o fluido contido em um tubo de fluxo permanece indefinidamente no interior do tubo. ...

Mostra um tubo de fluxo no qual a área de seção reta aumenta de A_1 para A_2 no sentido do escoamento. Com base na Eq. 14-23, com o aumento da área, a velocidade diminui. De modo semelhante, o menor espaçamento das linhas... revela que a velocidade de escoamento é maior logo acima e logo abaixo do cilindro. (HALLIDAY & RESNICK, 2016, p. 177)

Em seguida, Halliday & Resnick *et al* propõem a seguinte definição:

Se a massa específica ρ do fluido é a mesma em todos os pontos do tubo, podemos multiplicar a Eq.14-24 ($R_v = Av$) pela massa específica para obter a vazão mássica (massa por unidade de tempo): $Rm = \rho Rv = \rho AV = \text{Constante}$ (vazão mássica).

(HALLIDAY & RESNICK, 2016, p. 177)

Sears & Zemansky *et al* (2015) fazem a seguinte abordagem: “As linhas de escoamento que passam através de um elemento de área imaginário, formam um tubo chamado de tubo de escoamento ou tubo de fluxo.” (SEARS & ZEMANSKY, 2015, p. 92).

Mais adiante, esses autores fazem uma discussão da Equação da Continuidade para o caso em que a massa é constante: “A massa de um fluido não varia durante seu escoamento. Isso leva a uma relação importante chamada equação da continuidade.” (SEARS & ZEMANSKY, 2015, p. 92).

Na página seguinte, os autores apresentaram a seguinte definição para a vazão: “A vazão mássica é a taxa de variação da massa por unidade de tempo através da seção do tubo. Ela é dada pelo produto da densidade ρ pela vazão volumétrica $\frac{dV}{dt}$.” (SEARS & ZEMANSKY, 2015, p. 93).

Quando recorremos a outras citações da literatura, observamos que prevalece uma tendência para relacionar fluxo a escoamento de um fluido.

USO DO FLUXO NA TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA EM LIVROS DE METEOROLOGIA.

A Radiância é um dos termos citados pelas fontes didáticas que está associado a fluxo.

Iqbal (1983), por exemplo, faz a seguinte citação:

In the literature, solar radiation arriving on a surface is variable termed *irradiation, insolation, radiation, irradiance, radiance, intensity, radiante flux, radiant flux density*, etc. It is necessary to explain the meaning of these terms as used in the text... *Irradiance* is the same as flux radiante density per unit area...

(IQBAL, 1983, p. 41)

Enquanto que McCartney (1983) faz a seguinte citação:

The quantity *radiante power* ou *flux* expresses the rate of energy flow across or through a surface, which may be either real or conceptual, such as the cross section. Radiante flux is the thing usually meant by the common use of the term *radiation*, which we restrict to mean the *process* of sending forth radiante energy.

(McCARTNEY, 1983, p. 276)

Paltridge & Platt (1976) fazem a seguinte citação

Irradiance is the ratio of the flux of radiation incident on an infinitesimal element of surface containing the point under consideration, to the area of that element. It should be noted, however, that occasions arise when the incident flux arises from a specific solid angle set by the particular source ...

(PALTRIDGE & PLATT, 1976, p. 35)

Van de Hulst (1980) associa da seguinte forma a radiância com fluxo de um vetor:

The integral of radiance over a solid angle is the irradiance, this is an awkward term, particularly, because different integrals have to be distinguished. The two most important ones are

net flux=vector irradiance

and

(spherical) average intensity= $(4\pi)^{-1}$ x scalar irradiance

(van de HULST, 1980, p. 5).

Goody & Walker (1975) ao discorrer sobre o equilíbrio térmico dos planetas, afirmam que:

A taxa pela qual um planeta absorve energia solar depende da sua distância em relação ao Sol, porque o fluxo da radiação solar varia inversamente com o quadrado dessa distância... Cada planeta intercepta a radiação solar numa taxa (erg s^{-1}) fornecida pelo produto do fluxo solar ($\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$) ...

(GOODY & WALKER, 1975, p. 43)

Foram encontradas nas fontes pesquisadas expressões como “fluxo da radiação”, “fluxo de água”, “fluxo de carga elétrica”, “fluxo de energia”, “fluxo de massa”, “fluxo elétrico”, “fluxo magnético”, “fluxo solar” e “fluxo total” que estão em desacordo com o Teorema de Ostrogradski-Gauss. Associações deste tipo podem comprometer a Aprendizagem Significativa sobre fluxo do vetor em questão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS.

A partir da análise das fontes didáticas, pôde ser observado que os autores não priorizaram a apresentação de uma definição literal para o “fluxo de um vetor” e que houve, em alguns casos, a omissão quanto à citação da grandeza vetorial que causa o fluxo. Pode-se concluir também que houve uma predominância do emprego do termo “fluxo” associado a uma grandeza escalar.

Nos casos em que se tratava de escoamento, não foi encontrada nenhuma abordagem sobre o fluxo de um vetor nas fontes pesquisadas.

Sob nossa óptica, seria apropriado manter a precisão da definição matemática de fluxo de um vetor e estabelecer uma analogia à vazão, ou estabelecer uma analogia a escoamento ou a taxa de variação, apenas quando o vetor que gerou o fluxo estiver em movimento.

Acreditamos que estas inconsistências surgem em decorrência da transposição didática, porque o fluxo de um vetor, segundo o Teorema de Ostrogradski-Gauss, nem sempre descreve uma situação em que a grandeza vetorial que causa o fluxo esteja em movimento. Advirto que associar fluxo a grandezas escalares pode dar origem a um obstáculo epistemológico na estrutura cognitiva do aprendiz.

Por outro lado, acreditamos que o significado de fluxo, com a ideia de movimento, está presente no consciente do aprendiz.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALFACONNECTION. **Fluxo de um vetor**. [S. D.]. Disponível em: <https://www.alfaconnection.pro.br/matematica/vetores/operacoes-especiais/fluxo-de-um-vetor/>. Acesso em: 11 out. 2021.

ALONSO, M.; FINN, E. J. **Física** – Um curso universitário. Vol. II. Campos e Ondas. 3ª Reimpressão. Editora Edgard Blücher LTDA, 1977. 574 pp.

BACHELARD, G. **A Formação do Espírito Científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto (1996).

CAVALCANTE, Kleber G. **O Vetor Campo Magnético**. [S. D.] .Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/o-vetor-campo-magnetico.htm>. Acesso em 26 ago. 2021.

CHEVALLARD, Y.; BOSH, M.; GASCÓN J. **Estudar Matemáticas** - o Elo Perdido Entre o Ensino e a Aprendizagem. 1ª Ed. Artmed. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre, 2001. 336 pp.

COLEGIO WEB. **Fluxo do vetor indução magnética**. 2012. Disponível em: <https://www.colegioweb.com.br/inducacao-eletromagnetica/fluxo-do-vetor-inducacao-magnetica.html>. Acesso em: 26 ago. 2021.

CORREIA, J. J.; MAGALHÃES, L. D. R.; LIMA, L. S. **Obstáculos Epistemológicos e o Conceito de Calor**. Sitientibus Série Ciências Físicas, 04: 1-10, 2008. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/341330431> Obstaculos Epistemologicos e o Conceito de Calor>. Acesso em: 15 set. 2023.

dos SANTOS, C.A.; PINTO, A.O. **Oficina Virtual sobre Fluxo de Campo Elétrico**. 2003. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/tex/fis142/lcqlaab.html>. Acesso em: 12 out. 2021.

FELTRE, R. **Química: Físico-Química**. Vol. 2. 6ª Edição. São Paulo. Editora Moderna: 2004. 432 pp.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário Aurélio**: Edição de luxo. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 1996. 1840 pp.

GILLIAM, E; KING, R. M. **College Physics**. V. 1. M&E Handbooks. London, 1975. 390 pp.

GOLDEMBERG, J. **Física Geral e Experimental**. Vol. 1. Companhia Editora Nacional e Editora da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1970. 526 pp.

GOLDEMBERG, J. **Física Geral e Experimental**. Vol. 2. Companhia Editora Nacional e Editora da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1970. 594 pp.

GOODY, R. M.; WALKER, J. C. G. **Atmosferas Planetárias**. Editora Edgard Blücher, São Paulo. 1975. 140 pp.

GUIDORIZZI, H.L. **Um Curso de Cálculo**. Vol. 3. LTC. 5ª Edição - [Reimpr.]. Rio de Janeiro. 2013. 494 pp

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Física**. Vol. I-2. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 2ª Edição. 1977. 560 pp.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física** - Mecânica. Vol. 1. 10ª Edição. Tradução: Ronaldo Sergio de Biasi. Rio de Janeiro: JTC. 2016. 797 pp.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física** - Gravitação, Ondas e Termodinâmica. Vol. 2. 10ª Edição. Tradução: Ronaldo Sergio de Biasi. Rio de Janeiro: JTC. 2016. 643 pp.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física** - Eletromagnetismo. Vol. 3. 10ª Edição. Tradução: Ronaldo Sergio de Biasi. Rio de Janeiro: JTC. 2016. 812 pp.

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. Tradução de Trieste Freire Ricci. 12ª Edição. Porto Alegre. Editora Bookman: 2015. 820 pp.

IQBAL, M. **An Introduction to Solar Radiation**. Canada. Academic Press, 1983, 390 pp.

KÍTOR, G. L. **Fluxo Magnético**. [S. D.]. Disponível em: <https://www.infoescola.com/fisica/fluxo-magnetico/>. Acesso em: 26 ago. 2021.

MAGALHÃES, A.; ZAMBRANO, R. S.; SIECZKOWSKI, R. P. S. **Dicionário de Física**. Editora Globo, Porto Alegre, 1973. 688 pp.

MARTINS, N. **Introdução à Teoria da Eletricidade e Magnetismo**. Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1973. 468 pp.

MÁXIMO, A; ALVARENGA, B. **FÍSICA**. Vol. 2. 1ª Edição. São Paulo. Editora Scipione. 2006: 400 pp.

McCARTNEY, E. J. **Absorption and Emission by Atmospheric Gases: The Physical Processes**. John Wiley & Sons, Inc. USA. 1983. 320 pp.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica** - Eletromagnetismo. Vol. 3. 1ª Edição. Editora Edgard Blücher, 1997. 323 pp.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica** – Fluidos. Oscilações e Ondas. Calor. Vol. 2. 3ª Edição. Editora Edgard Blücher, 1997. 315 pp.

OREAR, J. **Física**. 1ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 1976. 442 pp.

PALTRIDGE, G. W.; PLATT, C. M. R. **Radiative Processes in Meteorology and Climatology**. Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Company. 318 pp.

PURCEL, M. E. **Curso de Física Berkeley**. Vol. 2 – Eletricidade e Magnetismo. Editora Edgard Blücher. 1980. 430 pp.

RAMALHO JUNIOR, F; FERRARO, N. G. **Os Fundamentos da Física**. Vol. 3. 9ª Edição. São Paulo. Editora Moderna. 2007. 480 pp.

REIS, M. **Química**. Vol. 2. 1ª Edição. São Paulo. Editora Ática: 2013. 420 pp.

REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. **Fundamentos da Teoria Eletromagnética**. Editora Campus, 1982. 516 pp.

SEARS, F; W; ZEMANSKY, M. W. **Física**. Calor-Ondas-Ótica. Vol. 2. 1ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 1976. 442 pp.

SEARS, F; W; ZEMANSKY, M. W. **Física**. Eletricidade, Magnetismo e Tópicos de Física Moderna. Vol. 3. 1ª Edição. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 1974. 686 pp.

SEARS, F; W; ZEMANSKY, M. W. **Física: Mecânica**. Vol. 1. Tradução: Daniel Vieira. 10ª Edição. São Paulo: Pearson, 2015. 430 pp.

SEARS, F; W; ZEMANSKY, M. W. **Física: Termodinâmica e Ondas**. Vol. 2. Tradução: Daniel Vieira. 10ª Edição. São Paulo: Pearson, 2015. 371 pp.

SEARS, F; W; ZEMANSKY, M. W. **Física: Eletromagnetismo**. Vol. 3. Tradução: Daniel Vieira. 10ª Edição. São Paulo: Pearson, 2015. 467 pp.

SERWAY, R. A.; JEWETT J. R. **Princípios de Física**. Vol. III. Editora Thompson. 1ª Edição, 2004. 279 pp.

JEWETT J.W; SERWAY, R. A. **Física Para Cientistas e Engenheiros: Oscilações, Ondas e Termodinâmica**. Vol. 2. Tradução: EZ2 Translate. Editora Cengage Learning. 8ª Edição. São Paulo. 2011. 279 pp.

STEWART, J. **Cálculo**. Vol.2. Tradução: EZ2 Translate. Editora Cengage Learning. 7ª Edição. São Paulo. 2013. 1154 pp.

TIPLER, P. A. **Física** (Eletricidade e Magnetismo, Ótica). Vol. 2. Guanabara Dois, 1978. 1008 pp.

TIPLER, P. A; MOSCA, G. **Física** (Eletricidade e Magnetismo, Ótica). Vol. 2. Tradução: Naira Maria Balzaretta. Rio de Janeiro. LTC, 2006. 526 pp.

VALLANDRO, L. **Dicionário de Inglês**. Editora Globo. 14ª edição. 1990. 992 pp.

van de HULST, H. C. **Multiple Light Scattering** (Tables, Formulas and Applications). Vol. 1. Academic Pres. London, 1980. 318 pp.

Webster's Encyclopedic Unabridged Dictionary of the English Language. New York, Gramercy Books, 1989. 1854 pp.

WIKIPEDIA. **Fluxo (física)**. 2022. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Fluxo_\(física\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Fluxo_(física)). Acesso em: 12 out. 2021.

ⁱ https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_da_diverg%C3%Aancia

ⁱⁱ https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiCvI3Mj_6AAxVsrZUCHWg5BUY4ChAWegQIAhAB&url=http%3A%2F%2Fdocentes.ifg.edu.br%2Fdominikepacine%2Fwp-content%2Fuploads%2Fsites%2F11%2F2019%2F02%2F02-Teorema_do_Divergente.pdf&usg=AOvVaw1VG8LjnwMAuka3dbDtjZiI&opi=89978449

ⁱⁱⁱ https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_da_diverg%C3%Aancia

^{iv} <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/7434>

^v <https://www.scielo.br/j/qn/a/zvLwkFtyH8wR6b54JFshWtm/?lang=pt>