

O MOND SOB DUAS INTERPRETAÇÕES

MOND UNDER TWO INTERPRETATIONS

Carlos Eduardo M. Batista*

Departamento de física da Universidade Estadual de Feira de Santana, BA, Brasil

A matéria escura permanece exercendo forte influência na física atual no objetivo de explicar as curvas planas de rotação de galáxias e as lentes gravitacionais. Em paralelo surgiram as teorias alternativas de gravitação que procuram atingir o mesmo objetivo, mas por um caminho diferente. O MOND (Modified Newtonian dynamics) foi o ponto de partida para as teorias modernas de gravitação dentro desse propósito. A sua formulação empírica expressa duas possibilidades de interpretação, uma da modificação da segunda lei de Newton e outra da modificação da lei da gravitação universal.

Palavras Chave: Cosmologia, Matéria Escura, MOND

Dark matter continues to exert a strong influence on current physics in order to explain the flat curves of rotation of galaxies and gravitational lenses. In parallel alternative theories of gravitation have emerged with the same goal, but following another path. MOND (Modified Newtonian dynamics) was the starting point for modern theories of gravitation for this purpose. Its empirical formulation expresses two possibilities of interpretation, one of the modification of Newton's second law and the other the modification of Newton's law of universal gravitation.

Keywords: Cosmology, Dark Matter, MOND

I. INTRODUÇÃO

As curvas planas de rotação de galáxias continuam sendo mal compreendidas e sujeitas a diversas interpretações. A forma mais simples de tratar a questão é considerar a existência de uma certa quantidade de matéria não visível, chamada de matéria escura, na região exterior à região dominada pela matéria luminosa. Essa região externa é denominada 'halo'. Neste cenário a gravitação é mantida intacta, todavia é acrescentada uma quantidade extra de matéria não observada. No entanto existem teorias mais complexas que a relatividade geral com objetivo de descrever a natureza sem postular a existência de uma componente de matéria não luminosa. O TeVeS (Tensor–vector–scalar gravity) [1–4], teoria relativística desenvolvida por Bekenstein em 2004, obtém relativo sucesso e é considerada a mais completa e robusta dentro desse objetivo.

Todavia existe um processo histórico antes de chegar ao TeVeS. Mordehai Milgrom publica em 1983 um modelo empírico chamado MOND (Modified Newtonian dynamics) [5], e tem como

*Electronic address: cedumagalhaes22@hotmail.com

objetivo explicar o aspecto plano ds curvas de rotação sem interferir matéria não luminosa. O conceito de matéria escura, por outro lado, surge pela primeira vez em 1933 por Zwicky [6] quando percebeu que as velocidades das galáxias individuais dentro do aglomerado de Coma era grande, e este aglomerado só poderia estar gravitacionalmente ligado se a massa total do aglomerado fosse superior à soma das massas das galáxias individuais.

Tanto a linha de modificação da gravidade quanto a da matéria escura possuem pontos positivos e negativos. O postulado da matéria escura é sem dúvida mais simples, mas necessita de um modelo teórico para sustenta-la, que ainda não existe. O TeVeS, já é o modelo teórico, mas apesar de obter considerável sucesso, também enfrenta certos desafios, a teoria teria dificuldade em fazer previsões satisfatórias e simuntâneas sobre dinâmica galática e lentes gravitacionais [7]. Também apresentaria problemas de instabilidade em estrelas [8]. De qualquer forma o TeVeS permanece como um modelo bem estabelecido e estruturado dentro de seu propósito.

Entre o surgimento do MOND e a chegada do TeVeS houve o surgimento de três modelos principais AQUAL, RAQUAL e o PCG, todos são teorias da família MOND. Um dos limites do MOND é o fato de não ser um modelo relativístico e, por isso não é capaz de prever o desvio da luz.

II. PERSPECTIVA SOB MATÉRIA ESCURA

As curvas de rotação de galáxia são vistas como sendo planas além da região dominada pela matéria luminosa. O problema é explicar porque isto acontece. Se mantivermos a relatividade geral na sua forma original, então uma certa quantidade de matéria escura deve existir em torno das galáxias. É principalmente nas galáxias espirais que as curvas ficam planas, enquanto que nas elípticas a curva tende a declinar como se fosse composta por apenas matéria visível.

Seja a equação:

$$GM(r) = V^2 r, \quad (1)$$

onde V é a velocidade orbital da partícula teste (por exemplo uma estrela ao redor da galáxia), e $M(r)$ é a massa da galáxia no interior do raio r [9]. A suposição de matéria escura existindo nas galáxias é capaz de explicar não somente processos dinâmicos, mas também o forte desvio da luz nas periferias das galáxias a partir da relatividade geral.

Nas periferias e nas regiões das galáxias espirais onde não há mais matéria luminosa, as

medidas são realizadas a partir da observação de estrelas raras ou medindo o efeito Doppler na linha dos 21 cm emitido pelo hidrogênio neutro(HI) que se encontra na forma de gás [4, 9]. A partir dos dados obtidos plota-se o gráfico da velocidade da partícula teste em torno da galáxia em função da distância ao centro da galáxia, e o resultado é uma velocidade relativamente constante da partícula teste na região onde não há mais matéria luminosa. Introduzindo-se uma certa quantidade de matéria escura em torno da região visível da galáxia e mantendo-se a dinâmica Newtoniana, obtém-se a observada velocidade constante na região onde a luz da galáxia cessa.

O halo é suposto dominar o campo gravitacional na parte exterior da galáxia, e na prática a noção de halo só funciona após um ajuste fino [1]. Também é observado que as curvas de rotação começam a se tornar planas a partir de cerca de 10Kpc do centro da galáxia. Ainda na região plana, a velocidade da partícula teste em galáxias espirais é em torno de 200 – 300km/s [10].

A partir da gravitação Newtoniana

$$\frac{mGM(r)}{r^2} = \frac{mV^2}{r}, \quad (2)$$

onde m é a massa da estrela, $M(r)$ é a massa da galáxia e $V(r)$ a velocidade da estrela. Logo, cancelando m obtemos

$$V^2 = \frac{GM(r)}{r}. \quad (3)$$

Como na região plana as velocidades das partículas são \approx constantes, então através da equação acima se percebe que a massa da matéria escura é proporcional ao raio $M(r) \propto r$. Logo, a densidade de matéria não luminosa deve variar na forma

$$\rho \propto \frac{M(r)}{r^3} \propto \frac{1}{r^2}. \quad (4)$$

Esta relação é verdadeira desde que se assuma que a matéria escura esteja distribuída de forma esféricamente simétrica [4]. Como o campo gravitacional Newtoniano possui a forma [1]

$$|\vec{g}_N| = \left| \vec{\nabla} \varphi \right| = \frac{M(r)G}{r^2}, \quad (5)$$

então após uma integração, vê-se que o novo potencial gravitacional gerado pela matéria escura é dado por

$$\varphi(r) \propto \ln(r) \quad (6)$$

que conduz às curvas planas.

A. Lei de Tully-Fisher

A lei de Tully-Fisher afirma que a luminosidade do disco da galáxia perto do infravermelho (banda H) L_H é proporcional à quarta potência da velocidade de rotação na região plana da curva (plateau) [2, 4]:

$$L_H \propto V_c^4. \quad (7)$$

O fator de proporcionalidade é constante dentro de cada classe morfológica de galáxia [1]. Para galáxias espirais, este fator está relacionado à razão $\frac{M}{L} \approx 10 - 20 \frac{M_\odot}{L_\odot}$ [1, 13], onde M_\odot e L_\odot correspondem à massa e luminosidade solar respectivamente, sendo que a massa luminosa de um galáxia típica gira em torno de $10^{11} M_\odot$. Esta versão da lei de Tully-Fisher só foi estabelecida após o MOND ser enunciado [1], e a luz infravermelha de uma galáxia provém em sua maior parte de estrelas anãs frias que correspondem à maior parte da massa da galáxia. Surge também uma relação de proporcionalidade entre M (massa visível da galáxia) e L_H . A lei de Tully-Fisher também pode ser enunciada através da relação entre a velocidade da partícula teste no plateau (região plana) V_c e a massa bariônica M da galáxia geradora do campo [2, 11]:

$$M \propto V_c^4 \quad (8)$$

Devido a luminosidade ser proveniente da matéria visível, e a velocidade na região plana ser mais fixada pelo halo no modelo de matéria escura, então a lei de Tully-Fisher requer um ajuste fino entre os parâmetros do halo (como velocidade de dispersão) e os parâmetros do disco visível [1]. A equação (8) é uma relação entre a massa visível e a velocidade de rotação no plateau, que é devido aos efeitos desta componente visível. Nesta relação é a matéria visível que fixa a velocidade de rotação na região plana. No entanto, se houver presença de matéria escura,

a matéria luminosa não seria a única responsável pelos valores das velocidades na curva de rotação e, portanto a lei de T.F. perderia seu sentido. Porém, a lei de Tully-Fisher é uma lei segura e, por isso um ajuste fino é necessário a fim de tentar conciliar a postulação da matéria escura com sua formulação. No entanto, um ajuste fino na região de transição entre os efeitos do disco e do halo implica no aparecimento de um *calombo* na curva de rotação, o qual não é observado. Novamente outro ajuste fino é necessário para evitar o *calombo* formado [2]. A lei empírica de Tully-Fisher é uma correlação bem afiada. Ela também forma a base para um dos métodos mais seguros nas medidas de distâncias de galáxias espirais [1]. Portanto do ponto de vista da matéria escura, a lei de Tully-Fisher é um mistério [1, 2].

III. PARADIGMA MOND

Uma maneira alternativa de compreender o problema das curvas planas de rotação de galáxias, sem invocar a presença de matéria escura em volta das galáxias, é o de alterar a gravidade Newtoniana. Os primeiros modelos empíricos enfatizavam uma modificação da gravitação em largas escalas, mas Milgrom demonstrou que para um modelo ser consistente, a modificação deveria ocorrer a partir de uma escala aceleração e não a partir de uma escala distância [4]. A primeira proposta satisfatória, na forma de uma lei empírica, em modificar a dinâmica Newtoniana foi feita por Milgrom no início dos anos 80 e ficou conhecida como MOND, na qual a dinâmica Newtoniana deve ser modificada nas regiões onde a aceleração das partículas testes que se encontram na periferia das galáxias é menor que $a_0 \approx 10^{-8} \text{cm/s}^2$. a_0 é uma constante com dimensão de aceleração. O MOND prediz que a familiar igualdade entre a aceleração \vec{a} da partícula teste e o campo Newtoniano \vec{g}_N não se mantém necessariamente [2]. A relação proposta por Milgrom foi:

$$\mu\left(\frac{|\vec{a}|}{a_0}\right)\vec{a} = \vec{g}_N, \tag{9}$$

sendo que $\vec{g}_N = -\vec{\nabla}\Phi_N$ é o campo gravitacional convencional, Φ_N é o potencial Newtoniano, e μ é uma função que deve obedecer a regra abaixo:

$$\mu(x) \approx x \quad \text{se } x \ll 1, \tag{10}$$

e

$$\mu(x) \longmapsto 1 \quad \text{se } x \gg 1. \quad (11)$$

Milgrom estimou $a_0 \approx 10^{-8} \text{ cm/s}^2$ [1]. O valor foi ajustado para reproduzir a fenomenologia das curvas planas através de uma modificação na gravidade.

Analisando as equações do MOND em seus respectivos limites, percebe-se que na escala do sistema solar, onde a aceleração é grande comparada com a_0 , a dinâmica Newtoniana é reencontrada, isto é, $\vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi_N$ (Φ_N é o potencial Newtoniano). As modificações introduzidas pelo MOND são suficientes para reproduzir as curvas planas de rotação de galáxias, sem a necessidade de recorrer à postulação de uma componente invisível de matéria permeando o universo. Elas fazem bastante sentido nas escalas onde as acelerações das partículas testes são muito menores do que a_0 e isto ocorre principalmente na região fora do visível, isto é, além da periferia de galáxias espirais.

No caso das galáxias elípticas gigantes, não há geralmente presença de curvas de rotação planas e, portanto não há necessidade de se inferir matéria escura. Para o MOND estas galáxias podem muito bem serem descritas pela dinâmica Newtoniana, já que as acelerações das partículas testes excedem a_0 mesmo a grandes distâncias da periferia deste tipo de galáxia. Por isso, as modificações preditas pelo MOND não fazem sentido em galáxias elípticas gigantes.

O MOND não é uma teoria, mas sim uma formulação empírica para que uma teoria relativística consistente se reduza à sua regra no limite apropriado. O modelo também está de acordo com a lei de Tully-Fisher [12], que é uma correlação entre a luminosidade infravermelha de um disco de galáxia de massa M e a velocidade de rotação de uma partícula teste de massa m na região plana da curva de rotação, como será mostrado adiante.

Nas escalas em que a aceleração da partícula $|\vec{a}|$ é muito menor do que a_0 , a dinâmica é modificada de acordo com as regras do MOND . Portanto, $\mu(x) \approx x$ e

$$\mu(x) |\vec{a}| = |\vec{g}_N|, \quad (12)$$

$$\frac{|\vec{a}|^2}{a_0} \approx \frac{GM}{r^2}. \quad (13)$$

Ao isolar a aceleração \vec{a} encontra-se [1]:

$$|\vec{a}| = \left(\frac{GMa_0}{r^2} \right)^{1/2}. \quad (14)$$

A equação acima define exatamente a aceleração que a partícula (estrela, nuvens de hidrogênio) deve sofrer além da periferia da galáxia. Como a aceleração centrípeta é dada por $\frac{V_c^2}{r}$, então junto com a eq.(14) obtém-se:

$$\frac{V_c^2}{r} = \frac{(GMa_0)^{1/2}}{r} \quad (15)$$

que acarreta imediatamente ao resultado:

$$M = \frac{V_c^4}{Ga_0}. \quad (16)$$

Dividindo a equação acima por M encontra-se [2]:

$$1 = \frac{V_c^4}{MGA_0}. \quad (17)$$

Multiplica-se os dois lados acima por L_H que é a luminosidade no infravermelho [1, 2], e

$$L_H = \frac{L_H V_c^4}{MGA_0} \quad (18)$$

que é o mesmo que

$$L_H = \frac{V_c^4}{\frac{M}{L_H} Ga_0}. \quad (19)$$

E como a razão $\gamma = \frac{M}{L_H}$ é constante, a relação de Tully-Fisher é encontrada:

$$L_H \propto V^4. \quad (20)$$

A incrível concordância da eq.(20) com a lei de T.F (7) mostra que o modelo bariônico obtém mais sucesso que o de matéria escura [4]. Por outro lado, agrupamentos de galáxias parecem possuir cerca de 2 ou mais quantidade de matéria do que a observada em qualquer forma (gases quentes que emitem raio X e galáxias do aglomerado)[4]. Por este ponto

de vista o MOND apenas melhorou o problema da massa faltante, portanto deve existir uma quantidade ainda não detectada, seja na forma de bárions dificilmente observados por equipamentos óticos, ou na forma de neutrinos massivos [4, 14].

Como o MOND não é derivado de lagrangeano, as leis de conservação não são respeitadas. Percebe-se que a equação (9) não pode ser verdadeira, pois, a partir dela não há conservação do momento linear, angular e da energia. Outro problema é que o princípio de equivalência fraco não é verificado [2, 4]. Também a dinâmica interna de um sistema em queda livre na presença de um campo constante é diferente da dinâmica interna deste mesmo sistema na ausência de campo externo. Claramente isto corresponde a uma violação do princípio de equivalência forte.

IV. UMA FORMULAÇÃO, DUAS POSSIBILIDADES

O MOND pode ser interpretado sob duas formas alternativas, uma na qual a segunda lei de Newton é modificada e outra na qual a lei da gravitação é alterada. Sob baixas acelerações quando comparado à constante a_0 , sua equação é dada por 13.

No primeiro caso temos:

$$m_i \left(\frac{a^2}{a_0} \right) = m_g g_N \quad (21)$$

A equação 23 representa o MOND sob interpretação de uma modificação da segunda lei de Newton, permanecendo intacta a lei da gravitação universal. Neste caso a força gravitacional sofrida por uma partícula teste na periferia da galáxia seria proporcional ao quadrado da aceleração centrípeta ao invés da aceleração centrípeta em si. Como a massa inercial é igual a massa gravitacional, então $g_N \propto a^2$.

Em uma segunda abordagem a equação 13 é utilizada mantendo a segunda lei de Newton intacta, porém alterando a lei da gravitação universal:

$$m_i a = \left(\frac{a_0}{a} \right) \left(\frac{GM}{r^2} \right) m_g \quad (22)$$

ou

$$m_i a = \frac{a_0}{V^2} \left(\frac{GM}{r} \right) m_g \quad (23)$$

Nessa segunda abordagem do MOND, a segunda lei de Newton permanece intacta, todavia a força gravitacional que a partícula teste sofreria na periferia da galáxia não é proporcional ao inverso do quadrado da distância, mas sim ao inverso da distância. Nessa região a velocidade V é aproximadamente constante.

V. DISCUSSÃO

Por diversas décadas as curvas planas de rotação de galáxias continuam as ser um mistério, houve de fato grande avanço, todavia qualquer que seja o caminho seguido, ainda há várias lacunas a serem preenchidas. Se de fato a matéria escura existir, não sabemos quase nada sobre ela. Se por outro lado as teorias de gravitação são a solução, falta ainda um modelo que seja capaz de tratar de várias situações ao mesmo tempo. Nessa segunda linha, o MOND foi o ponto de partida dos principais modelos relativísticos da atualidade e pode ser interpretado de duas maneiras diferentes, uma sob modificação da segunda lei de Newton e outra sob modificação da lei da gravitação universal.

-
- [1] J.D. Bekenstein, Phys. Rev. D, 70, 083509
 - [2] J.D. Bekenstein, Proc. Sci Po5(JHW2004)012[arXiv:astro-ph/0412652].
 - [3] J.B. Bekenstein, EAS Plub. Series Publication Vol. 20
 - [4] J.D. Bekenstein, Comtemp. Phys. 47, 387(2006)[arXiv:astro-ph/0701848].
 - [5] M. Milgrom, **A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis** Astrophysical Journal. 270: 365–370, 1983.
 - [6] F. Zwicky, Helv. phys.acta 6,(1933)**110**; S. Smith, astrphys.j.83(1936)23
 - [7] Mavromatos, Nick E.; Sakellariadou, Mairi; Yusuf, Muhammad Furqaan **Can TeVeS avoid Dark Matter on galactic scales?** Physical Review D, 79 (8): 081301, 2008.
 - [8] M. D. Seifert **Stability of spherically symmetric solutions in modified theories of gravity** Physical Review D, 76 (6): 064002, arXiv:gr-qc/0703060, 2007.
 - [9] E. Kolb, M. S. Turner, (1994),**The early universe**, (Addison-Wesley Publishing Company).
 - [10] F.N. Lobo arXiv0807.1640 v1, gr-qc

- [11] J.P. Bruneton, G. Esposito-Farèse, Phys. Rev. D78, 124012(20070[arXiv:gr-qc07054043]
- [12] L.M. Diaz-Rivera, L. Samushia, e B. Ratra, PRD **73**, 083503 (2006).
- [13] V. Sahni [arXiv:astro-ph0403324]
- [14] F. Schmidt, et al, Phys. Rev. D76: 083518,2007
- [15] Dark-matter heretic [archive], interview of Physicist Mordehai Milgrom, American Scientist, January-February 2003, Volume 91, Number 1, Page: 1
- [16] V.Folomeev et al, Gravitation and Cosmology, Vol.12 (2006)No.2-3(46-47), p.163-168.
- [17] C.E.M. Batista ; W. Zimdahl, Power-law solutions for TeVeS, Classical and Quantum Gravity (Print), v. 27, p. 105012, 2010.