

COLISÕES, PÊNDULO SIMPLES E PROJÉTEIS: VERIFICANDO O PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR ATRAVÉS DE UMA PROPOSTA EXPERIMENTAL

COLLISIONS, SIMPLE PENDULUM AND PROJECTILES: VERIFYING THE PRINCIPLE OF CONSERVATION OF LINEAR MOMENTUM THROUGH AN EXPERIMENTAL PROPOSAL

Elainy Bezerra Vieira^{1*}, Thiago Alves de Sá Muniz Sampaio^{2&}, Francisco Dirceu Duarte Arraes^{3#},
Marcelo Augusto Alves da Silva^{4%}

^{1,2,3,4}*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano - campus Salgueiro, BR 232, Km 504, sentido Recife, Zona Rural - CEP 56.000-000 - Salgueiro, PE, Brasil. *elainyvieira68@gmail.com, &thiago.muniz@ifsertao-pe.edu.br, #dirceu.arraes@ifsertao-pe.edu.br, %marceloaugustoalves2013@gmail.com*

Poucos são os experimentos existentes e acessíveis, do ponto de vista da escola, que possam trazer previsões quantitativas no estudo das colisões e dos princípios de conservação da mecânica clássica. Esse artigo trata-se de uma proposta experimental de fácil acesso para o ensino de física que consiste basicamente em um sistema físico composto por duas esferas com massas semelhantes, com uma delas acoplada em um sistema pendular e a outra em repouso sobre uma superfície. Após ser realizada uma colisão praticamente elástica, ocorre a transferência de todo o momento linear e energia cinética do pêndulo para a esfera livre, que se torna um projétil. Dessa forma, além de abordar diferentes temas, como cinemática em duas dimensões e lançamento de projéteis, torna-se possível a realização do estudo quantitativo do experimento a fim de verificar o princípio de conservação do momento linear.

Palavras-Chaves: Ensino de Física; Experimento; Momento linear; Conservação; Colisões elásticas.

There are few accessible experiments, from the school's point of view, which can bring a quantitative study of collisions and in the conservation laws of classical mechanics. This article deals with an easily accessible experimental proposal for the physics teaching that consists of a physical system composed of two spheres with similar masses, with one coupled in a pendulum system and the other suspended on a surface. After the execution of an elastic collision, the entire linear momentum and kinetic energy are transferred from the pendulum to the free sphere, which becomes a projectile. Thus, in addition to addressing different topics, such as kinematics in two dimensions and projectile launching, it is possible to carry out a quantitative study of the experience for the purpose of verify the principle of conservation of linear momentum.

Keywords: Physics teaching; Experiment; Linear momentum; Conservation; Elastic collisions.

I. INTRODUÇÃO

No ensino de Física um dos fatores que contribuem para a dificuldade no aprendizado é a difícil linguagem matemática (Pepper, 2012; Pietrocola, 2002; Retnawati, 2018). Para o aluno, a associação da física como uma ciência que está presente no nosso cotidiano se torna abstrata a partir do momento em que eles não veem a teoria se relacionar com a prática. O ensino através de atividades experimentais traz para o aluno uma visão real dos fenômenos e modelos matemáticos estudados por eles. Para Séré (2003, pág. 39):

Graças às atividades experimentais, o aluno é incitado a não permanecer no mundo dos conceitos e no mundo das 'linguagens', tendo a oportunidade de relacionar esses dois mundos com o mundo empírico. Compreende-se, então, como as atividades experimentais são enriquecedoras para o aluno, uma vez que elas dão um verdadeiro sentido ao mundo abstrato e formal das linguagens [...].

Os estudos relacionados ao ensino de física com atividades experimentais são refletidos e analisados por diversos pesquisadores em relação à colaboração da mesma no ensino e aprendizagem. De acordo com Araújo e Abib (2003), as atividades experimentais possibilitam ao aluno uma aprendizagem dos conceitos físicos, visto que a mesma aborda procedimentos que vão da observação do fenômeno até a elaboração das situações que o envolvem, permitindo que o aluno tenha uma participação mais ativa de forma que possa

construir e reestruturar esses conceitos. Para Alves (2005), a experimentação no ensino de física é uma ferramenta que busca auxiliar o processo de construção do conhecimento, contribuindo com a formação do cidadão. Na perspectiva de Batista (2009), o desenvolvimento de trabalhos experimentais no ensino de física, através das metodologias abordadas pelo docente, auxilia na apropriação do conhecimento e nas formas de pensar e agir.

Assim, as atividades experimentais vêm se mostrando eficazes, fazendo com que o aluno consiga ter uma melhor compreensão dos fenômenos físicos ao verificar que as teorias existentes são atreladas ao nosso cotidiano e necessitam de muita experimentação (Oliveira, 2010). Além disso, *PODE SE TORNAR UMA COMPLEMENTAÇÃO DAS AULAS* expositivas, fornecendo liberdade para exposição de pensamentos e dúvidas, levando o aluno à construção do pensamento crítico e à relação entre o conhecimento teórico e prático. Segundo Oliveira (2010, pág. 146):

A compreensão dessas relações é de fundamental importância para que os alunos percebam a ciência como algo mais próximo de sua realidade, contribuindo para despertar seu interesse em temas relacionados à ciência e para a formação de uma visão menos ingênua e distorcida de como a ciência é construída, além de conscientizá-los sobre seu papel na sociedade ou ainda estimulá-los a adotar atitudes críticas diante dos problemas sociais e ambientais da atualidade [...].

Muitas são as dificuldades de se trabalhar com atividades experimentais, pois são poucas as instituições que possuem laboratórios com equipamentos e profissionais capacitados para atuar com essas atividades. No ensino de física, o uso de laboratórios é essencial para se trabalhar os conceitos físicos, visto que a física não é uma disciplina que possui apenas um conhecimento teórico. É necessário que os conceitos possam ser analisados na prática, para que o aluno possa entender a verdadeira natureza do conhecimento científico. Na falta de laboratórios, alternativas como a criação de experimentos de baixo custo podem suprir tal dificuldade (Gaspar, 2005).

Um dos pilares fundamentais da mecânica clássica são os princípios de conservação. Grandezas que se conservam, ou seja, que ao longo do processo de um fenômeno físico mantêm os seus valores constantes, são de importância fundamental para o entendimento de diversos conceitos físicos. O conceito de momento linear (também conhecido como quantidade de movimento) é essencial para o estudo da transferência de movimento de um corpo para o outro, como ocorre, por exemplo, nas colisões. O momento linear depende da massa e da velocidade que o corpo possui e é uma grandeza que sempre se conserva em um sistema isolado na ausência de forças externas (HALLIDAY, 2006).

Tendo em vista a pouca existência de propostas experimentais na literatura vigente que abordem estudos quantitativos da lei de conservação do momento linear através de colisões, o presente trabalho traz a proposta de um experimento acessível que mostra como determinar o alcance de uma esfera submetida a uma colisão, abordando diversos conceitos como cinemática em duas dimensões e lançamento de projéteis. O aparato experimental pode ser construído utilizando materiais de baixo custo ou que podem ser encontrados em um laboratório básico de ciências.

II. FORMULAÇÃO TEÓRICA DO EXPERIMENTO

Quando dois corpos colidem, eles ficam em contato durante um intervalo de tempo pequeno. Se não houver forças externas, o momento linear do sistema físico considerado (dois corpos) não varia durante o processo de colisão (NUSSENZVEIG, 2002). No presente experimento iremos trabalhar com colisões elásticas, que são colisões onde há, além da conservação do momento linear, a conservação da energia cinética (ČEPIČ, 2019). Nessa configuração, as esferas 1 e 2 possuem massas semelhantes, com a esfera 1 acoplada em um sistema pendular que, ao ser deslocado a uma determinada altura (Figura 1), será solto de forma que venha a colidir com a esfera 2, que se encontra na mesa em repouso. Através disso é possível fazer uma construção dos processos físicos associados a esse sistema, e determinar o alcance da esfera no final da colisão.

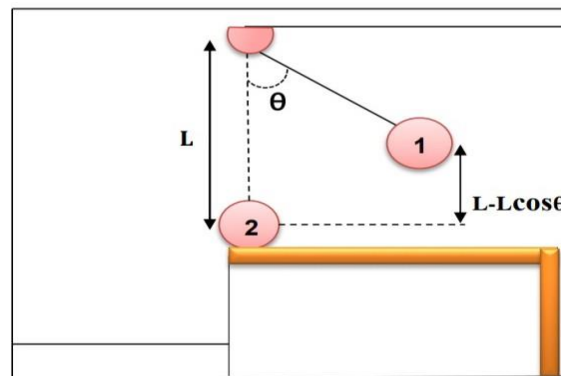


Figura 1. Simulação do experimento antes da colisão.

Na simulação vista na Figura 1, quando o pêndulo está inclinado e parado, o mesmo só possui energia potencial gravitacional, e ao ser liberado essa energia passa a se transformar em energia cinética, até chegar ao ponto mais baixo onde essa energia está totalmente transferida (SZTRAJMAN, 2017). Pela conservação da energia mecânica durante o movimento do pêndulo, temos:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g (L - L \cos \theta), \quad (1)$$

Onde m_1 é a massa da esfera 1 e v_1 é a sua velocidade instantaneamente antes da colisão. L é o comprimento do fio do pêndulo, g é a aceleração da gravidade e θ é o ângulo inicial do pêndulo, como mostra a Figura 1. Através da equação (1), podemos obter

$$v_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}, \quad (2)$$

onde assumimos fisicamente v_1 como sendo positivo. Podemos considerar que, após a colisão, a esfera 1 não tenha seu movimento completamente cessado e que permaneça ainda com uma certa velocidade v'_1 que, pela mesma suposição de conservação da energia mecânica, poderia ser escrita como

$$v'_1 = \pm \sqrt{2gL(1 - \cos \theta')}, \quad (3)$$

onde θ' seria o ângulo máximo alcançado pelo pêndulo após a colisão. A escolha do sinal na equação (3) irá depender do sentido de v'_1 em relação ao sentido de v_1 . Caso tenham sentidos opostos, a escolha é pelo sinal negativo.

Após a colisão, a esfera 2 é lançada e descreve uma trajetória que pode ser decomposta em uma componente horizontal e outra vertical (Figura 2). Podemos então perceber que no eixo vertical, se

desprezarmos a resistência do ar, o movimento se comporta como uma queda livre com velocidade vertical inicial nula, cujo tempo de queda t em função da altura h é dado por:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad (4)$$

enquanto que na horizontal o movimento se enquadra em um movimento retilíneo uniforme com uma velocidade horizontal v'_2 e um deslocamento horizontal total igual a $v'_2 t$. Multiplicando a Equação (4) por v'_2 , obtém-se então o alcance horizontal da esfera 1 após o impacto com o chão:

$$A = v'_2 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (5)$$

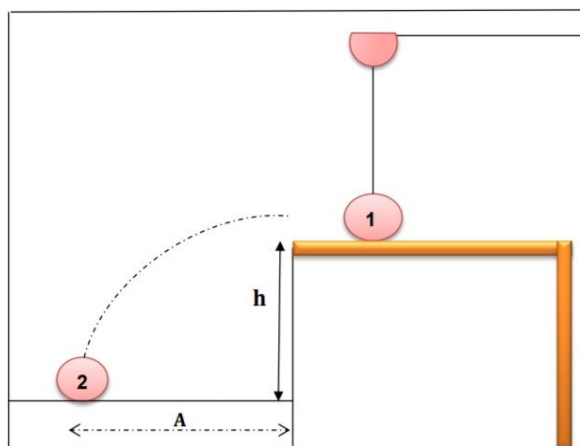


Figura 2. Simulação do experimento depois da colisão.

Considerando que as duas esferas sofrem um choque frontal, a conservação do momento linear antes e após a colisão pode ser expressa matematicamente como:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \quad (6)$$

onde m_2 é a massa da esfera 2. A Equação (6) vale tanto para colisões elásticas quanto para inelásticas. Partindo do pressuposto que a colisão seja elástica, isto é, que haja também uma conservação da energia cinética, temos

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2. \quad (7)$$

Combinando as Equações (6) e (7) para remover v'_2 , obtemos a relação

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1 + v'_1}{v_1 - v'_1}, \quad (8)$$

que nos mostra que, quando as massas das esferas são iguais, a velocidade v'_1 da esfera 1 após o impacto deve ser nula para uma colisão elástica. Isso serve de parâmetro para que no experimento seja possível verificar o tipo de colisão ocorrida.

Assumindo v'_2 como sendo positivo, podemos isolá-lo na Equação (6) e utilizar as Equações (2) e (3) para obter

$$v'_2 = \frac{m_1}{m_2} \sqrt{2gL}(\sqrt{1 - \cos \theta} \pm \sqrt{1 - \cos \theta'}). \quad (9)$$

Por fim, substituindo a Equação (9) na Equação (5), obtemos a fórmula para o alcance teórico no experimento proposto:

$$A = 2 \frac{m_1}{m_2} \sqrt{hL}(\sqrt{1 - \cos \theta} \pm \sqrt{1 - \cos \theta'}), \quad (10)$$

que é válida tanto para colisões elásticas quanto para inelásticas.

III. MONTAGEM E DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

Os materiais utilizados para a montagem do aparato experimental foram: clinômetro; tripé; trena; papel carbono; papel de seda; fita adesiva; duas esferas de aço; barbante e uma balança digital.

As duas esferas de aço podem ser encontradas em rolamentos para o auxílio na movimentação de maquinários, porém, também é possível realizar o experimento com bolas de gude (esferas de vidro) (Silva e Ribeiro, 2012). O que importa é que ambas tenham diâmetros semelhantes. Com uma balança digital foi possível realizar as medidas das massas. A diferença entre as massas obtida foi desprezível (0,01g), ou seja, as esferas utilizadas tinham massas aproximadamente iguais.

A esfera 1 foi presa a um barbante com cola quente, de modo a formar um pêndulo simples com a fixação do barbante no eixo central do clinômetro (instrumento usado para medir ângulos), que por sua vez foi acoplado a um tripé. O comprimento do fio do pêndulo (L) possuía $47,0 \pm 0,5$ cm. A esfera 2 foi posicionada na borda da mesa (Figura 3).

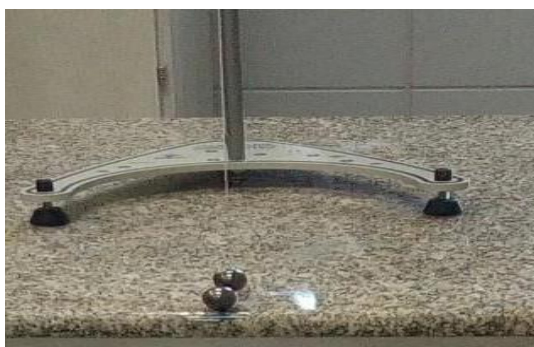


Figura 3. Arranjo experimental das duas esferas.

Em seguida utilizou-se uma marcação com uma fita adesiva desde a mesa até o chão, com uma altura (h) de $90,0 \pm 0,5$ cm. No chão, determinou-se um ponto de origem e a partir do mesmo traçou-se uma reta, que seria a margem considerada ideal para a marcação dos pontos após o impacto da esfera 2 com o chão. Para a marcação desses pontos utilizou-se o papel de seda e sobre ele papel carbono (Figura 4).

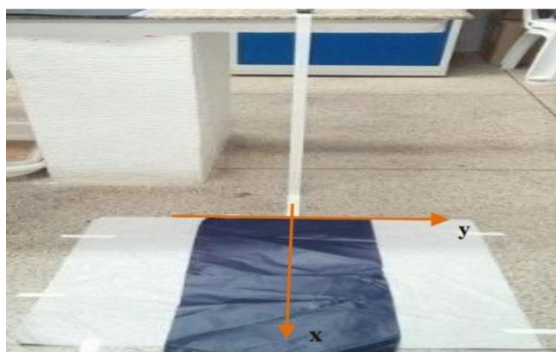


Figura 4. Altura da mesa e uso das marcações.

Com o auxílio de uma régua, deslocou-se levemente a esfera 1, provocando assim um deslocamento angular no pêndulo, que pôde ser medido através do clinômetro (Figura 5). Após isso, a esfera era solta de modo a colidir com a esfera 2 que estava em repouso na borda da mesa. Após a colisão, a esfera 2 era lançada até o chão, onde estava o papel carbono e o papel seda, ficando assim a marca de cada impacto da

esfera. Os ângulos escolhidos foram: 9, 14, 19, 24 e 29 graus. Para cada angulação foram realizadas 10 colisões.



Figura 5. Esferas antes de colidir.

A ideia inicial é que, ao soltar a esfera pendular da posição de deslocamento, o movimento seja de tal forma que, ao colidir com a esfera 2, promovesse uma colisão frontal de modo que não haja alteração na direção dos vetores velocidades das esferas durante a colisão. Porém, isso se torna bastante difícil de conseguir no experimento, pois pequenas perturbações nas condições iniciais podem provocar pequenas rotações no fio do pêndulo, promovendo uma leve alteração na direção da esfera 2 após ser impactada.

Para levar em conta esses efeitos, foram medidas duas coordenadas no chão: a coordenada x , que representa a distância do ponto de impacto até a mesa; e a coordenada y , que representa o desvio lateral em relação à fita adesiva colada na linha reta central no papel de seda (ver Figura 4). Desta forma, uma melhor expressão para determinar o alcance experimental é:

$$A_E = \sqrt{x^2 + y^2}. \tag{12}$$

IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na tabela 1 estão presentes os valores encontrados para as medidas de x e y para cada valor de ângulo. É possível perceber que, ao passo que os ângulos aumentavam, as distâncias relacionadas à x também aumentavam. Pode-se observar, no entanto, que as medidas no eixo y são valores pequenos (houve pouco desvio lateral devido às colisões), e que suas contribuições na Equação (11) podem ser desprezadas. Portanto, os valores dos alcances experimentais correspondem com boa aproximação às medições de x . Pela análise do desvio padrão (Tabela 1), é possível ver que o experimento apresentou uma baixa dispersão para as medições do alcance.

Tabela 1. Ângulos e distâncias obtidos no experimento.

Ensaio	Ângulos									
	9°		14°		19°		24°		29°	
	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)	x(m)	y(m)
1	0,140	0,005	0,221	-0,001	0,310	0,004	0,361	0,003	0,438	0,002
2	0,146	-0,002	0,214	0,002	0,306	0,004	0,359	0,010	0,436	0,003
3	0,147	-0,001	0,215	0,004	0,307	0,002	0,368	0,006	0,440	0,003
4	0,150	0,003	0,216	0,004	0,297	0,003	0,374	-0,008	0,445	0,002
5	0,147	0,005	0,220	-0,005	0,294	-0,006	0,375	0,006	0,451	0,002
6	0,145	-0,005	0,210	0,002	0,308	0,011	0,367	0,006	0,440	0,012
7	0,140	0,007	0,215	-0,003	0,301	-0,007	0,365	-0,011	0,450	0,015
8	0,140	0,009	0,219	0,003	0,296	0,006	0,362	0,011	0,447	0,018
9	0,141	0,010	0,219	-0,005	0,301	-0,015	0,367	0,013	0,445	0,016

10	0,146	0,009	0,215	-0,007	0,302	0,014	0,366	0,013	0,446	0,018
Média	0,144	0,004	0,216	-0,001	0,302	0,002	0,366	0,005	0,444	0,005
Desvio padrão	0,004	0,005	0,003	0,004	0,005	0,009	0,005	0,008	0,005	0,011

Verificou-se, com o auxílio da filmagem do experimento, que após as colisões a esfera 1 tinha seu movimento completamente cessado, implicando que $\Theta' = 0$ (e conseqüentemente $v_1' = 0$) em todas as colisões. Isso mostra, de acordo com a Equação (8), que a colisão pode ser considerada elástica com boa aproximação, visto que as esferas possuíam massas virtualmente iguais.

Podemos fazer o confronto entre os valores encontrados para o alcance teórico, obtido da Equação (10), e o alcance médio experimental, obtido da tabela 1. Considerando o cálculo da propagação das incertezas instrumentais de h , L e Θ a partir da Equação (10) (Vuolo, 1996), é possível inferir que a incerteza em Θ ($\pm 0,5^\circ$) representa uma grande contribuição na incerteza do alcance calculado, como mostra a tabela 2. Os resultados, expostos na tabela 2 e no gráfico da figura 7, mostram que o experimento chegou a valores muito próximos do que era esperado no contexto da conservação do momento linear.

Tabela 2. Valores médios obtidos para a velocidade da esfera 2, alcances teórico e experimental para cada ângulo.

Ângulo	Teórico		Alcance Experimental (m)
	Velocidade v_2' (m/s)	Alcance (m)	
$9,0 \pm 0,5^\circ$	$0,375 \pm 0,069$	$0,144 \pm 0,029$	$0,144 \pm 0,004$
$14,0 \pm 0,5^\circ$	$0,561 \pm 0,055$	$0,224 \pm 0,023$	$0,216 \pm 0,003$
$19,0 \pm 0,5^\circ$	$0,746 \pm 0,047$	$0,303 \pm 0,020$	$0,302 \pm 0,005$
$24,0 \pm 0,5^\circ$	$0,930 \pm 0,042$	$0,382 \pm 0,018$	$0,366 \pm 0,005$
$29,0 \pm 0,5^\circ$	$1,112 \pm 0,038$	$0,460 \pm 0,016$	$0,444 \pm 0,005$

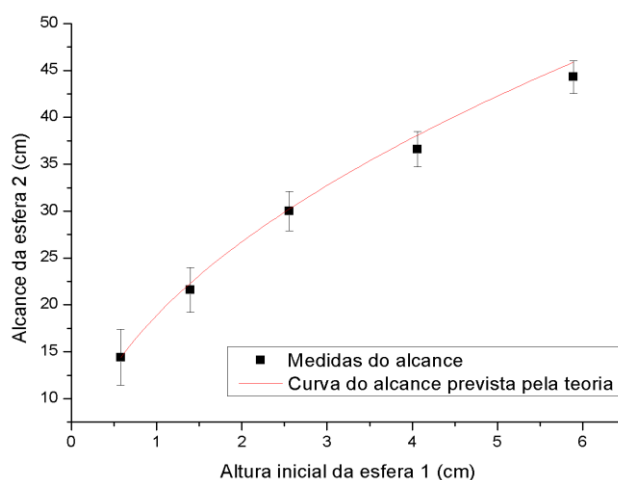


Figura 7. Gráfico do alcance (A) da esfera 2 em função da altura inicial da esfera 1 em relação à mesa ($L - L \cos \Theta$).

Sabe-se que diversas forças externas dissipativas atuaram nesse experimento. É possível citar, por exemplo:

- Força de atrito estático atuando na esfera 2 durante o momento da colisão;
- Força devido ao efeito Magnus provocada pela rotação da esfera 2 após colisão, o que justificaria um desvio lateral encontrado (entretanto os valores de y foram pequenos);
- Força de arraste provocada pelo ar durante a queda da esfera 2.

A princípio, a presença dessas forças poderia invalidar a observação dos princípios de conservação, produzindo alcances experimentais muito inferiores aos da teoria. No entanto, pela análise dos resultados

da tabela 2, os efeitos produzidos por tais forças são muito pequenos em confronto com a precisão adotada no experimento, visto que os resultados experimentais se adéquam à teoria proposta dentro das margens de incerteza. Isso nos diz que o experimento proposto pode ser útil como uma ferramenta simples para a verificação quantitativa dos princípios de conservação da mecânica clássica.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentados resultados obtidos através de uma proposta experimental simples que aborda de maneira quantitativa o princípio da conservação do momento linear, presente no estudo da mecânica clássica. Com a construção teórica e os dados experimentais, foi possível verificar a validade de tal princípio, tendo em vista que os resultados encontrados para os alcances da esfera após a colisão se adequaram aos valores esperados pela teoria. Além disso, foi possível verificar que a colisão pode ser tratada, com boa aproximação, como uma colisão elástica, onde a energia cinética também é preservada.

Essa proposta experimental pode servir como um recurso didático eficaz para o ensino de vários tópicos abordados no estudo da mecânica, pois utiliza um experimento simples e acessível que pode conduzir os alunos a uma interpretação de situações físicas mais gerais, evitando assim limitar a aprendizagem dos mesmos a contextos apenas teóricos. Além disso, essa prática não necessita de um espaço laboratorial formal para a realização da mesma, já que é uma das grandes dificuldades enfrentadas pelo professor de física para a realização de atividades experimentais.

VI. REFERÊNCIAS

- ALVES, Vagner Camarini; STACHAK, Marilei. A importância de aulas experimentais no processo ensino-aprendizagem em física: “eletricidade”. **XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física**, p. 1-4, 2005.
- ARAÚJO, M. S. T; ABIB, M. L. V. S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.25, n.2, p.176-194, 2003.
- BATISTA, Michel Corci; FUSINATO, Polônia Altoé; BLINI, Ricardo Brugnonle. Reflexões sobre a importância da experimentação no ensino de Física. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, v. 31, n. 1, p. 43-49, 2009.
- ČEPIČ, Mojca. Elastic collisions of smooth spherical objects: Finding final velocities in four simple steps. **American Journal of Physics**, v. 87, n. 3, p. 200-207, 2019.
- GASPAR, A; MONTEIRO, I, C. Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: Uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**. v.10, n. 2, p. 227-254, 2005.
- HALLIDAY, D.; RESNICK R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física: Mecânica**. 7.ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2006. 372 p.

- NUSSENZVEIG H. M. **Curso de física básica**: mecânica, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.
- OLIVEIRA, J. R. S. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Acta Scientiae, Canoas**, v.12, n.1, p.139- 153, 2010.
- PEPPER, Rachel E. et al. Observations on student difficulties with mathematics in upper-division electricity and magnetism. **Physical Review Special Topics-Physics Education Research**, v. 8, n. 1, p. 010111, 2012.
- PIETROCOLA, Maurício. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno brasileiro de ensino de física**, v. 19, n. 1, p. 93-114, 2002.
- RETNAWATI, Heri et al. Teachers'difficulties and strategies in physics teaching and learning that applying mathematics. **Journal of Baltic Science Education**, v. 17, n. 1, 2018.
- SERÉ, Marie-Geneviève; COELHO, Suzana Maria; NUNES, Antônio Dias. O Papel da Experimentação no Ensino de Física. In: **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. Florianópolis/BRA. v. 20, n.1, p.31-42, 2003.
- SILVA, M. S.; RIBEIRO, D. M. S. **Roteiros para experimentos de Física**. 1. ed. Pará de Minas-MG: VIRTUALBOOKS, 2012. v. 1. 61p.
- SZTRAJMAN, Jorge; SZTRAJMAN, Alejandro. An easy way to one-dimensional elastic collisions. **The Physics Teacher**, v. 55, n. 3, p. 164-165, 2017.
- VUOLO, José Henrique. **Fundamentos da teoria de erros**. Editora Blucher, 1996.