



# Análise epistemológica na noção de espaço na formação docente para o ensino médio

*Epistemological analysis of the notion of space in teacher training for secondary education*  
do Nascimento Junior, J. V.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana-UEFS, Av. Transnordestina, s/n - Feira de Santana, Novo Horizonte - BA, 44036-900, Brasil.

<sup>2</sup>Mestrado Profissional em Astronomia-MPAstro, Departamento de Física-DFIS, Universidade Estadual de Feira de Santana-UEFS, Av. Transnordestina, s/n - Feira de Santana, Novo Horizonte - BA, 44036-900, Brasil.

E-mail: [jvnjunior@hotmail.com](mailto:jvnjunior@hotmail.com)

**Resumo:** Neste artigo propomos elementos para uma análise epistemológica da noção de espaço geométrico com possibilidades de implementação na formação de professores para o Ensino Médio. O contexto da análise foi o da formação docente na disciplina Astroquímica no tema “Teoria do big bang”, no Mestrado em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana, Brasil. O quadro teórico é o da metodologia da Engenharia Didática de Michèle Artigue, e Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, combinadas com as teorias cosmológicas mais recentes. O principal objetivo didático é o de criar condições favoráveis à introdução da Física Moderna no Ensino Médio. O objetivo de investigação é o de compreender como a Epistemologia e Didática da Física se relacionam. Assim, o avanço do conhecimento dos alunos é uma variável didática importante que poderá ser usada na validação dos modelos didáticos decorrentes da aplicação da proposta.

**Abstract:** In this article we propose elements for an epistemological analysis of the notion of geometric space with possibilities for implementation in the training of teachers for secondary education. The context of the analysis was that of teacher training in the discipline of Astrochemistry on the topic “Big Bang Theory”, in the Master's Degree in Astronomy at the State University of Feira de Santana, Brazil. The theoretical framework is that of the Didactic Engineering methodology of Michèle Artigue, and the Theory of Didactic Situations of Guy Brousseau, combined with the most recent cosmological theories. The main didactic objective is to create favorable conditions for the introduction of Modern Physics in secondary education. The objective of the investigation is to understand how Epistemology and Didactics of Physics are related. Thus, the advancement of students' knowledge is an important didactic variable that can be used in the validation of the didactic models resulting from the application of the proposal.

**Palavras-Chaves:** epistemologia; didática; espaço

**Keywords:** epistemology; didactics; space

## 1. Introdução

**Citação:** Santos, M. V. e de Lima Ribeiro, C. A Análise epistemológica na noção de espaço na formação docente para o ensino médio. Cad. Fís. UEFS, 22(01):1403.1-07, 2024.

Recebido: 10/05/2024

Aceito: 21/15/2024

Publicado: 21/06/2024



**Copyright:** © 2024 Este trabalho está licenciado sob uma licença Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Este artigo propõe análises baseadas num quadro de referência para a implementação de situações didáticas no ensino da noção de espaço no âmbito da geometria. A didática em torno desse tema ressalta a importância das análises epistemológicas para a construção dos conhecimentos tanto na sua gênese histórica, na reconstrução mental em cada sujeito, como nas suas articulações numa dada etapa do desenvolvimento do saber científico (Almouloud, 2022).

O uso didático da noção de espaço também poderá contribuir para o modo de pensar a Física. Isso mediante análises epistemológicas que envolvem a evolução das ideias físicas que se confundem com o que se sabe sobre o Universo.

Devido ao nível de abstração que envolve esse tema, o seu ensino levanta um problema didático relevante: qual é o ponto de partida de uma sequência de ensino que proporcione a transposição do saber da Física Moderna no Ensino Médio?

A razão de ser desse tópico está explícita na BNCC<sup>β</sup>, onde o uso a noção de espaço é recomendado quando se pretende iniciar o ensino da noção de distância para crianças na Escola Básica (6-15 anos). Nesse documento também é recomendado que o ensino da dimensão temporal se integre à dimensão espacial. Contudo, do ponto de vista cognitivo, crianças nessa faixa etária ainda não estão preparadas para entenderem a noção de dimensionalidade (Vergnaud, 2006).

Artigo apresentado no Seminário Interinstitucional dos Mestrados Profissionais da Área de Ensino (SIM-PAE), realizado entre os dias 18 e 21 de outubro de 2023, em parceria entre UEFS e UFRB.

<sup>α</sup> MEC (2018). Base Nacional Comum Curricular. Educação Infantil e Ensino Fundamental.

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf).

A BNCC também recomenda a adoção de tarefas no campo da geometria pelo professor. A execução delas requer habilidades numéricas como a realização de operações algébricas para determinar o comprimento, área e volume e outras propriedades de objetos geométricos, além das noções de ponto, reta, plano, ângulo, congruência, paralelismo, perpendicularismo. Esses objetos possibilitam a ampliação de conhecimentos do mundo a partir de elementos da geometria concreta no cotidiano do aluno (Nascimento; Nascimento Júnior, 2020).

Dentre os desafios no ensino e aprendizagem nesse campo, podemos destacar a dificuldade de abstração em torno dos objetos da Geometria. Essa aprendizagem requer bastante reflexão por exigir do aluno a manipulação de diversos conceitos, além da construção de uma axiomática inerente à Geometria. Por isso, condições de aprendizagem bem específicas, relativas ao saber das Matemáticas, são necessárias (Brousseau, 2008).

Por extrapolação, essas condições se impõem quando as ideias geométricas são aplicadas no mundo real através de ciências empíricas como a Física. De um modo geral, a forma como é construída a axiomática em torno dos objetos de cada ciência pode ser recomendado como paradigma ao ensino-aprendizagem: primeiro pensar o objeto, depois formalizá-lo.

Nessa construção, atividades epistêmicas como a reflexão teórica, mesmo no nível espontâneo dos alunos, podem contribuir como um importante componente didático para o processo de aquisição do conhecimento. Disso assumimos que conhecimentos antigos do aluno – obstáculos epistemológicos – vão desempenhar um papel central na construção do saber socialmente constituído.

Foi Bachelard (1996) quem introduziu o conceito de "obstáculos epistemológicos". Eles são barreiras mentais que podem dificultar a compreensão e a aceitação de novas teorias ou conceitos científicos. Dentre os diversos obstáculos no contexto didático em Geometria, destacamos os mais recorrentes: confundir a representação do objeto, má compreensão do significado de grandezas, quantidades e medidas, além de racionalismo tradicional – concepções de espaço como sendo “a distância de um ponto A a um ponto B” (Ramos; Scarinici, 2013, p. 20) etc.

### 1.1 A importância da análise epistemológica

A análise epistemológica permite perceber, em primeiro lugar, que os problemas de fundamento nem sempre são os primeiros a serem estudados nas Ciências e na Matemática. Por exemplo os fundamentos teóricos da Geometria são estudados depois de séculos de utilização de conceitos que são ferramentas para a resolução de problemas ainda hoje. Por exemplo, os fundamentos teóricos do movimento dos corpos foram estabelecidos há séculos, mesmo antes de Isaac Newton, Galileu Galilei e outros formularem as leis da Mecânica Clássica.

Em segundo lugar, é nesse tipo de análise que o pesquisador percebe a diferença entre o saber “científico” e o saber “ensinado”, pois lhe permite compreender a gênese e evolução do conhecimento científico. Disso surgem questões relativas ao conhecimento que o professor e o didata [pesquisador em didática] precisam refletir: (a) qual é a importância para o ensino de compreender a gênese do conhecimento? (b) quais são as diferenças entre o saber estabelecido culturalmente e o saber a ensinar? Do exame crítico dessas questões surge um dos objetivos centrais do ensino: perceber a diferença entre o saber “científico” e o saber “ensinado” (BROUSSEAU, 2008). Portanto, as adequações sofridas pelo saber científico requerem um enfrentamento do problema ligado à análise ou à elaboração da gênese do conhecimento, ponto importante de uma análise didática quando se trata de estudar um processo de ensino e aprendizagem.

Um exemplo de estudo epistemológico é destacado por Artigue (1989). Segundo ela, a análise epistemológica levanta algumas questões globais e fundamentais para guiar a

produção de engenharias didáticas, bem como a análise do ensino usual. Segundo Artigue (1989) as reflexões do didata que se utiliza da metodologia da engenharia didática (ED ou engenharia) permitem responder às seguintes questões, por meio do estudo dos obstáculos epistemológicos: (a) o que devemos transpor no ensino dos saberes científicos? (b) há uma transposição didática mínima a respeitar para não descaracterizar o significado desses saberes? (c) quais são os principais obstáculos epistemológicos que influenciam na transposição didática? De acordo com Almouloud (2022), as respostas para essas questões podem ser encontradas na teoria das situações didáticas (TSD), que será vista adiante. Vejamos um pouco a respeito da noção de epistemológicos e a importância de sua análise.

### 1.2 Epistemologia e obstáculos

A noção de obstáculo epistemológico foi introduzida pelo filósofo Gaston Bachelard em 1938 (BACHELARD, 1996) na obra *A formação do Espírito Científico*. Segundo Bachelard obstáculos são conhecimentos antigos que dificultam a aquisição de novos conhecimentos. Ao conhecer como o aluno supera esses obstáculos no cumprimento de tarefas, o didata atende a um dos objetivos da didática, que é o de estudar as condições em que problemas propostos devem reunir para favorecer a emergência, o funcionamento e a rejeição de concepções sucessivas a respeito de um objeto.

A análise desse processo é de suma importância para o didata. Ela permite a identificação dos obstáculos, o que pode facilitar a distinção entre as dificuldades encontradas no processo de ensino e/ou de aprendizagem de noções e conceitos que são realmente inevitáveis e que são constitutivos do desenvolvimento do conhecimento.

Assim, para a construção de engenharias, por exemplo, a análise epistemológica nos dá uma resposta (parcial ou total) às seguintes questões: (a) quais obstáculos podemos ou devemos evitar? e (b), como então superá-los? (Brousseau, 2008). Vejamos como essas engenharias funcionam.

### 1.3 Engenharia didática

A Engenharia Didática (Artigue, 1989) é uma metodologia de ensino e pesquisa pautada no quadro teórico da TSD (2008 apud Almouloud, 2022).

Nesse quadro a criação de situações de ensino é central. Tanto a TSD como a ED permitem criar condições e compreender como ocorre a aprendizagem matemática e ciências matematizadas (Brousseau, 2008). As etapas que constituem a ED são as análises preliminares, análise a priori, a experimentação, análise a posteriori e a validação (Artigue, 1989). Nelas o dispositivo de ensino pode ser ou não validado.

No intuito de modelar o processo de Ensino-Aprendizagem dos conceitos é adotada a seguinte classificação das situações didáticas da TSD em fases de: ação, formulação, devolução, validação e institucionalização (Brousseau, 2008), não obstante, não aprofundaremos os detalhes da TSD neste texto. Passemos aos aspectos da análise epistemológica que permitirá propor condições de ensino da noção de espaço no Nível Médio.

Em seu estudo em epistemologia e didática, Artigue (1989) salienta que uma concepção errônea para o matemático atual pode ter sua origem num dado momento da evolução histórica. Podemos partir da hipótese de que tal concepção era, para determinada época, a mais produtora possível, levando em conta o nível de elaboração conceitual dos objetos do saber em jogo. Daí se questionar, o que podemos transpor dessa realidade histórica, mais geralmente, no ensino, e por quê? É assim que estamos fazendo uma análise epistemológica do objeto.

Nesse sentido, se pode identificar as diferentes concepções do objeto, bem como, agrupá-las em classes pertinentes para que se possa fazer uma análise didática, entender melhor as relações entre os objetos e controlar as variáveis didáticas relacionadas com o seu processo de ensino e aprendizagem, bem como constituir um quadro de referência para a análise das concepções dos alunos. Sendo estas ferramentas úteis para estudar o comportamento cognitivo deles.

Assim, as relações que o sujeito mantém com os objetos matemáticos dependem das representações que ele forjou globalmente a partir da atividade científica. De outras maneiras de aprender a Física, de sua posição em relação a essa ciência e, mais globalmente ainda, de seu status de aluno. As interpretações em termos de concepções que podemos fazer das observações dos alunos não são, então, necessariamente as únicas e nem mesmo as mais pertinentes. É necessário concebê-las como interpretações possíveis suscetíveis de competir com outras na análise de fenômenos didáticos, mas para isso, é preciso compreender o funcionamento de alguns obstáculos internos à própria Matemática, que se refletem no aprendizado de Física. Portanto é crucial identificar esses obstáculos numa investigação em didática.

A partir desse quadro teórico, levantamo-nos como hipótese de trabalho a de que situações didáticas a partir de reflexões teóricas precedendo à formalização matemática colaboram para uma a compreensão da noção de espaço. Essas reflexões se revelam na forma de concepções espontâneas inicialmente, tendendo a concepções científicas.

## 2. Objetivos

Propor condições favoráveis ao aprendizado da noção de espaço no contexto da Física Moderna por alunos da Educação Básica a partir de análise epistemológica.

A partir desse objetivo, o professor terá condições de identificar obstáculos epistemológicos e estimular o debate no contexto cosmológico mais recente; abordar o as noções da geometria básica, numa visão axiomática do conhecimento do saber em jogo, favorecendo o desenvolvimento de habilidades epistêmicas no aluno como senso crítico, que pode ser mobilizado quanto aos modelos cosmológicos vigentes.

## 3. Uma proposta didática no quadro da evolução do espaço

O professor deve considerar como se relacionam os constituintes básicos do espaço, Universo ou o cosmos; como é a relação entre a sua geometria, composição, equilíbrio entre as forças e sua evolução. Essa visão se funda inicialmente nos modelos estabelecidos pela Matemática e Física Clássicas, sob forte influência das ideias espaciais de Euclides<sup>β</sup> (Séc. III a.C.). Porém, a partir do século XIX a proposta de espaço tempo encurvado ganha força com as contribuições de Gauss, Riemann e no século XX por Albert Einstein. Essa construção trouxe implicações epistemológicas para o avanço da Física pois indicou novos caminhos para o conhecimento do cosmos.

Nessa busca, a nossa percepção intuitiva de espaço se torna um obstáculo ao entendimento sobre a estrutura do tecido espacial em escala cosmológica, pois nossa visão imediata [intuitiva] do espaço é euclidiana.

Para compreender a geometria do universo em larga escala foi preciso estarmos em conformidade com os modelos cosmológicos recentes e seus instrumentos teóricos como as definições matéria e energia, curvatura do tecido espaço-tempo etc., e como esses elementos se relacionam numa perspectiva de evolução temporal do cosmos.

Nesse sentido, é preciso o professor destacar em que Newton e Einstein convergem e divergem a respeito do espaço e do tempo. Para isso o professor deve propor como tema de debate alguns princípios da Física Moderna como a invariância da velocidade da luz seus desdobramentos para as Teorias da Relatividade Restrita e Geral - TER e TRG (Tipler, Llewellyn, 2019).

Também cabe ao professor explicar que há uma hipótese de trabalho simplificadora chamada de Princípio Cosmológico e densidade do Universo, e quais são as suas restrições para conhecer o cosmos, além da noção de inflação cósmica e a contraintuitiva energia escura. Isso envolveria explicar por que ao contrário do que imaginava Einstein o Universo não é estático, tendo este recorrido a uma constante cosmológica para adequar o seu modelo cosmológico; o papel revolucionário de Hubble ao propor a expansão do universo,

<sup>β</sup> A definição formal de espaço em  $\mathbb{E}^3$  vem sendo construída no processo civilizatório à medida que, na pré-história, o homem passa a ter o conhecimento das sucessivas rotas de deslocamento.

seguido de confirmações recentes acerca da composição de um cosmos – com o predomínio da matéria e energia escuras. É importante ressaltar contribuições atualizadas da Física, destacando o papel desempenhado pelos ganhadores do prêmio Nobel de Física de 2011, Riess, Schmidt e Perlmutter (NOBEL, 2011).

Nesse sentido, o professor poderá criar oportunidades de relacionar conteúdos da Geometria de Euclides com os modelos evolutivos do Universo: big bang, big chili, big rip etc. Esses aspectos do espaço, quando relacionados em conjunto, permitiria antever modelos geométricos não euclidianos que sintetizam as propostas de universo aberto, fechado e plano. Apesar desse debate poder estar ao alcance dos alunos, na internet, é necessária uma transposição mediada pelo professor pois se exige uma capacidade de abstração desafiadora.

Como ilustração desse modelo didático, sugerimos as várias possibilidades para os estados passados, atual, e futuro do Universo, representadas em um diagrama mais compacto, na Figura 1, contendo os parâmetros de densidade de energia  $\Omega_\Lambda$  e matéria  $\Omega_M$  como variáveis,

$$\Omega_M = \Omega_m + \Omega_{dm} \quad (1)$$

$$M = m + dm \quad (2)$$

onde  $m$  é a matéria escura,  $dm$  é a matéria bariônica,  $M$  é a massa do Universo e  $\Lambda$  é energia escura. Destaque-se que há razões para se crer que hoje as partículas relativísticas, como a luz, não contribuem de forma significativa para a densidade de energia do Universo. De acordo com Tipler (2019, p. 437), os dados do projeto *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) para os atuais valores estimados para as coordenadas  $(\Omega_{m,0}; \Omega_{\Lambda,0})$  são  $(0,27 \pm 0,04; 0,73 \pm 0,04)$ , o que corrobora a previsões atuais para a composição do cosmos.

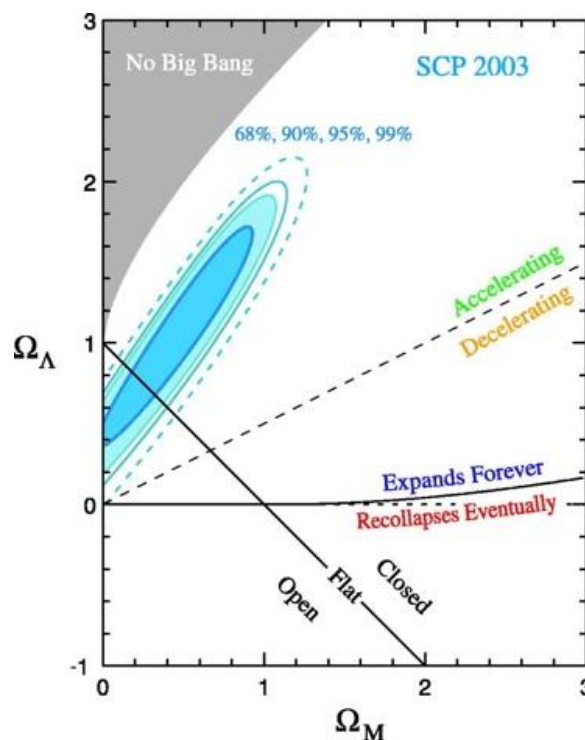


Figura 1. Cada ponto do plano  $\Omega_M; \Omega_\Lambda$  representa um universo possível. As curvas traçadas foram traçadas com base na TRG. Fonte: <https://physics.stackexchange.com/questions/356283/does-the-density-parameter-alone-determine-the-fate-of-the>.

Finalmente, é importante enfatizar que apesar das ideias que sustentam o argumento do espaço curvo serem contraintuitivas, as contribuições de Euclides foram importantes para o desenvolvimento da noção de espaço. Portanto, o professor deve considerar algumas restrições impostas para a criação de modelos de Universo, que torne o espaço em larga escala no objeto epistêmico. Com isso, há que considerar os vínculos entre os dados observacionais e teoria. Estes corroboram o modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM a partir da sua concordância com os dados obtidos na Radiação Cósmica de Fundo, do afastamento das galáxias tipo Ia e da composição atual do Universo, em conformidade com a constante cosmológica (Schiller, 2021). Saber como esses fatores contribuem para a geometria do espaço em nível cosmológico é um ponto de partida importante rumo uma transposição didática eficaz no Ensino Médio no objeto espaço geométrico.

#### 4. Considerações Finais

Destacamos que algumas restrições à compreensão da noção de espaço que atenda sua concepção física hoje podem ser levantadas em sala de aula do Ensino Médio: (i) os modelos matemáticos preexistem e se aplicam aos sistemas científicos, e que as duas realidades, a Matemática que fabrica modelos e as Ciências Experimentais que constituem a âmbito dos sistemas, mantêm uma relação unidirecional (no tempo e modo); (ii) considerar que os modelos e os sistemas evoluíram numa construção histórica. Novas questões surgem dentro de uma perspectiva da introduzir as ideias acima propostas no Ensino Médio de Física: a) o conhecimento da ciência foi construído e tem sua própria epistemologia; b) o conhecimento do aluno também passa por um processo epistemológico, mas num tempo mais curto; daí surgem questões como, quais foram as etapas dessa construção nos dois casos? O saber não nasce pronto – quais são as implicações; quais são as variáveis contidas nos dois casos? Reflexões no âmbito da Didática das Ciências podem ser: o que devemos transpor no ensino dos saberes científicos e de suas inter-relações? O exemplo do tema espaço articula História, Matemática, Física, Epistemologia, Química etc. Já que esta proposta também atende à formação de professores, em que as transposições podem ou devem depender dos públicos visados para o ensino? Quais as condições e os entraves ligados às deformações que o saber passa – transposições didáticas clássicas – e quais são seus efeitos?

#### Referências

- Almouloud, S. (2022). Fundamentos da Didática da Matemática. 2ª ed. Ed. UFPR, Curitiba. 344p. ISBN 978-65-87448-76-3.
- Artigue, M. (1989). Ingénierie didactique. Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes. Rennes, fascicule S6, p. 124-128. [http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1989\\_\\_S6\\_124\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989__S6_124_0).
- Arendt, H. (2005). A crise na Educação, In: Entre o passado e o futuro. São Paulo: Perspectiva. BACHELARD, Gaston. A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 316 p.
- Brousseau, G. (2008). Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática. 128p. ISBN 978 85 08 1966 0.
- Nascimento, N.; Nascimento Júnior, J. (2020). Ensino de conceitos geométricos em artes na escola básica: usos do tangram na metodologia da engenharia didática. Educação e a apropriação e reconstrução do conhecimento científico 2. Ponta Grossa - PR: Atena. DOI [10.22533/at.ed.0892002127](https://doi.org/10.22533/at.ed.0892002127).
- Nobel, A. (2011). Royal Swedish Academy of Sciences. In: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2011/press-release/>. Stockholm. Acesso em 20/11/2023.

- Ramos, T.; Scarinci, A. (2013). Análise de concepções de tempo e espaço entre estudantes do ensino médio, segundo a epistemologia de Gaston Bachelard. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, v. 13, n. 2, p. 1-17.
- Schiller, C. (2021). *Motion Mountain. Relativity and Cosmology. The adventure of physics – vol. II. Thirty-first edition*. Disponível em <[www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net)>.
- Tipler, P.; Llewellyn, R. (2019). *Física moderna*. 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC. 487 p. ISBN 978-85-216-2607-7.
- Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução Maria Lúcia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. – Curitiba: Ed. da UFPR, 322p.

**Isenção de responsabilidade/Nota do editor:** As declarações, opiniões e dados contidos em todas as publicações são exclusivamente de responsabilidade do(s) autor(es) e colaborador(es) individual(is) e não do Caderno de Física da UEFS e/ou do(s) editor(es). O Caderno de Física da UEFS e/ou do(s) editor(es) isentam-se de responsabilidade por qualquer dano a pessoas ou propriedades resultante de quaisquer ideias, métodos, instruções ou produtos mencionados no conteúdo.