REHIMEM
Revista História, Matemática e Educação Matemática

UM ESTUDO DA DEFINIÇÃO DE LIMITE PELO LIVRO *CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL* DE PISKUNOV

A STUDY OF THE DEFINITION OF LIMIT BY PISKUNOV'S BOOK *DIFFERENCIAL AND INTEGRAL CALCULUS*

Daniel Sales da Conceição[1]
Ana Libni Vasconcelos[2]

RESUMO

Este trabalho analisou a definição de limite apresentada por Piskunov em seu livro *Cálculo Diferencial e Integral*, volume I, o qual teve ampla influência em cursos de ciências exatas no Brasil entre as décadas de 1960 e 1990. A análise foi realizada pela 9ª edição, publicada em 1982, ao que parece, utilizada no curso de Licenciatura Plena em Ciências, com Habilitação em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana. Neste estudo, por meio de diálogo com uma literatura vigente, interpretou-se que a definição de limite de uma função em Piskunov, segue os padrões atuais de rigor da matemática, tendo como um dos seus principais elementos a variação. No entanto, essa breve discussão possibilitou-nos começar a refletir também que a construção das teorias da matemática não é algo único, linear e que parece não estar à margem do contexto social em que os matemáticos estavam imersos.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial; Limite; Piskunov.

ABSTRACT

This work analyzed the definition of limit presented by Piskunov in his book Differential and Integral Calculus, volume I. This book had a wide influence on exact science courses in Brazil between the 1960s and 1990s. The analysis was carried out by the 9th edition, published in 1982, apparently, it was used in the full teaching degree in sciences with a qualification in Mathematics at the Universidade Estadual de Feira de Santana. In this study, through dialogue with current literature, it was interpreted that the definition of the limit of a function in Piskunov follows current standards of rigor in mathematics, having variation as one of its main elements. However, this brief discussion also allowed us to begin to reflect that the construction of mathematical theories is not something unique, linear and that does not seem to be outside the social context in which mathematicians were immersed.

Keywords: Differencial; Limit; Piskunov.

[1] Graduando em Licenciatura em Matemática pala Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Rua Vinicius de Moraes, n°17, Orabolas, Amélia Rodrigues, Bahia, Brasil, CEP: 44230-000. E-mail: danielsalesc358@gmail.com. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-8314-3207

[2] Graduanda em Licenciatura em Matemática pala Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Rua E Caminho D, n° 07, Muchila, Feira de Santana, Bahia, Brasil, CEP: 44006-304. E-mail: analibnivasconcelos@gmail.com. ORCID iD: https://orcid.org/0009-0002-6392-2558

Introdução

Neste texto foi analisada a definição de limite apresentada por Piskunov, no volume I, do seu livro *Cálculo Diferencial e Integral.* O presente trabalho está vinculado ao projeto de pesquisa denominado *O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização*[3], que tem como objetivo[4] "[...] analisar debates que intentaram incluir o Cálculo Diferencial e Integral como conteúdo escolar a partir da Reforma Benjamin Constant[5] até os dias atuais." (Lima *et al.*, 2021, p.1)

Esta pesquisa se mostra relevante, pois, o livro de Piskunov, entre as décadas de 1960 e 1990, foi tomado como referência em vários cursos superiores envolvendo ciências exatas no Brasil. Isso pode ser evidenciado, por exemplo, no curso de Matemática da Universidade de São Paulo (USP), quando o livro se tornou popular entre estudantes e professores de Matemática a partir dos anos 1960. Lima (2012) reforça que o livro de Piskunov era bastante recomendado principalmente pela variedade de seus exercícios. De um modo geral, Lima (2012) delineou o livro da seguinte forma:

> [..]apresenta a teoria de maneira bastante resumida; é rigoroso no tratamento dos conceitos trabalhados e traz as demonstrações da maioria dos teoremas enunciados; há um predomínio da linguagem simbólica em detrimento da linguagem natural; sempre que possível cada definição ou teorema é seguido de um exemplo visando ilustrar aquilo que foi apresentado e ao final de cada capítulo, uma grande quantidade de exercícios é proposta ao leitor, sendo que a maioria deles envolve cálculos e aplicação direta dos conceitos (Lima, 2012, p. 284).

O livro também foi bastante difundido na Universidade Federal da Bahia (UFBA) (UFBA, 1980) e na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) (1980-1990). Nesta última, no período de 1978 a 1986, existia o curso de Licenciatura Plena em Ciências, com Habilitação em Matemática. Nele, o livro de Piskunov era utilizado como bibliografia base da disciplina de Cálculo Diferencial, ministrada de forma semelhante a que Piskunov propôs em seu livro, isto é, começando pelo conteúdo de limite – teoria central desde o século XIX – e, em sequência, com a apresentação de derivada (Oliveira, 2022).

[3] Fomentado pelo CNPq, mediante aprovação no Edital da Chamada CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 – Universal - *faixa A*.

[4] Trata-se de temática de Trabalho de Conclusão de Curso dos autores.

[5] Essa Reforma foi implementada por meio do Decreto n.º 981, de 8 de novembro de 1890, que regulamentou a instrução primária e secundária do Distrito Federal (Brasil, 1890). Na atualidade, tais níveis de ensino podem ser equiparados aos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

1 O livro de cálculo de Piskunov

Nikolai Semenovich Piskunov (1908-1977) foi um matemático soviético, além de escritor, atuou como professor de Física e Matemática. Lançou a primeira edição de seu livro em 1962. Neste texto, utilizamos a 9ª edição[6] do livro. Isso porque, em um levantamento bibliográfico feito pelo Colegiado de Matemática da UEFS[7], no ano de 1991, há informações acerca da bibliografia básica e complementar das disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática[8], bem como a quantidade disponível na biblioteca da Universidade dos exemplares citados no documento. Nesta época, o acervo da biblioteca já contava com 16 volumes da edição de 1982 de Piskunov (UEFS, 1991). Por esses elementos, tudo indica que esta foi a edição utilizada na disciplina de Cálculo I em 1986. Por este motivo, esta foi a edição analisada neste texto.

Quanto a sua estrutura, o livro em questão é dividido em doze capítulos:

Quadro 1 – Divisão dos capítulos do livro de Piskunov

Capítulos	Intitulação
Primeiro	Número, variável, funções
Segundo	Limite e continuidade das funções
Terceiro	Derivada e diferencial
Quarto	Teoremas relativos às funções deriváveis
Quinto	Estudo da variação das funções
Sexto	Curvatura duma curva
Sétimo	Números complexos. Polinômios
Oitavo	Funções de várias variáveis
Nono	Aplicações do cálculo diferencial na geometria do espaço
Décimo	Integral indefinida
Décimo-primeiro	Integral definida
Décimo-segundo	Aplicações geométricas e mecânicas da integral definida

Fonte: Piskunov (1982)

[6] No documento consta que o livro publicado em 1982 correspondia a 8ª edição. Contudo, no acervo da Biblioteca, para este mesmo ano, há apenas a 9ª edição, a qual optamos por fazer uso nesta análise. Ainda não se sabe ao certo se houve um erro datilográfico ou se há duas edições no mesmo ano.

[7] Por meio da Lei n.º 12, de 30 de dezembro de 1980, que extinguia entidades, como a Fundação Universidade de Feira de Santana (FUFS), e criava organizações com administração descentralizada, a Universidade de Feira de Santana (UFS) assumiu a sua atual designação, qual seja, Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). (BAHIA, 1980).

[8] A partir do segundo semestre de 1978 a UEFS começou a ofertar o curso de Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática e em Biologia. Somente em 1987 que a universidade passou a ofertar o curso de Licenciatura em Matemática. Mais informações, ver: (Ferreira, 2017; Lima; Silva; Oliveira, 2022).

Contudo, concentramo-nos no primeiro – *Número, variável, funções* – e segundo capítulos – *Limite e continuidade das funções*.

Nesta edição, no prefácio, Piskunov (1982) relata que certos capítulos foram revistos e acrescidos de informações, em especial, os capítulos que abordavam ramos ligados à matemática moderna por considerar conhecimento fundamental para seu público-alvo. Segundo esse autor:

> Certos capítulos foram profundamente revistos e completados, em especial aqueles que tratam de certos ramos da matemática moderna, cujo conhecimento e nos nossos dias indispensável a todo o engenheiro. [..] Certas questões, habitualmente tratadas nestes capítulos, foram conscientemente reportadas aos capítulos seguintes. Isto permitiu abordar rapidamente a derivada, noção fundamental do cálculo diferencial; esta necessidade foi-nos ditada pelas exigências das outras disciplinas do ensino técnico superior. (Piskunov, 1982, p.11).

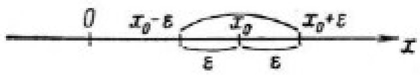
Isto evidencia qual era o público-alvo de Piskunov, isto é, os estudantes do curso de engenharia. No entanto, ainda assim, é possível interpretar que o livro escrito para um determinado público foi amplamente utilizado em diversos cursos superiores por ter como base a matemática moderna, vista como representação de uma nova era para o conhecimento matemático.

Segundo Lima e Dias (2010), a constituição dessa matemática, dentre outros aspectos, teve como caracterizações a profissionalização de matemáticos e a mudança de métodos – de uma base geométrica para uma algebrização – a partir do século XIX, sobretudo na Europa. É nesse momento que começa a constituição de novas teorias, em especial, a do Cálculo Diferencial e Integral, que paulatinamente abandona a utilização de infinitesimal de Newton e Leibniz e passa a ser abordado por meio de uma concepção discreta numérica, centrada na noção de limite, conduzida, dentre outros, por Augustin Louis Cauchy (1789-1857) e Karl Weierstrass (1815-1897) (Lima; Dias, 2010; Lima, 2023).

Por este prisma, um dos indicadores do sucesso do livro, é sua tradução em diversas línguas como a francesa, espanhola, portuguesa e inglesa. Um aspecto notado no livro, era a grande variedade de exemplos aplicados e utilização de demonstrações geométricas. Entretanto, segundo Ávila (2002), Piskunov não deixava de lado o rigor matemático. Para Ávila (2002, p. 84), tal prática é evidenciada na "[...] introdução, logo no início do curso, da definição de limite em termos de Ɛ [épsilon] e δ [delta], e consequente dedução das propriedades do limite."

Isso pode ser verificado, por exemplo, nas páginas 17 e 18 do livro, no tópico *Domínio de definição duma variável*, onde Piskunov determina que o domínio de uma variável é o "[...] conjunto dos valores numéricos que ela é susceptível de tomar" (Piskunov, 1982, p. 17). Ressaltando ainda que se *x* pertence ao intervalo ($x_0 - \mathcal{E}$, $x_0 + \mathcal{E}$), então x_0 é o centro do intervalo de raio $\mathcal{E}$, que em outras palavras significa que $|x - x_0| < \mathcal{E}$.

Figura 1 – Vizinhança



Fonte: Piskunov (1982)

Dessa forma, no âmbito desse contexto de análise, na sequência, abordamos os conceitos de limite de uma função e limite de uma variável apresentados no segundo capítulo denominado *Limite e Continuidade das Funções* como ponto de partida para nossa discussão. Em seguida, exploramos os aspectos presentes nessa definição à luz do que foi apresentado no capítulo *Número, variável, funções*. Isto permitiu ampliar nossa compreensão de como Piskunov caminhou para chegar em sua definição.

2 O conceito de limite no livro de Piskunov

Em seu segundo capítulo *Limite e continuidade das funções,* Piskunov traz a seguinte definição de limite de uma função:

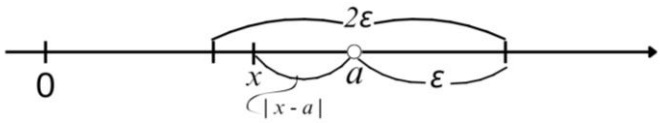
> Seja *y* = *f (x)* uma função definida numa vizinhança do ponto *a* ou em certos pontos desta vizinhança. A *função y = f (x) tende para o limite b (y → b) quando x tende para a (x →a)*, se para cada número positivo ε, por mais pequeno que seja, se pode indicar um número positivo δ tal que para todos, os *x* diferentes de *a* e verificando a desigualdade
>
> $$| x - a | < \delta$$
>
> a desigualdade
>
> $$| f(x) - b | < \varepsilon$$
>
> é satisfeita. Se *b* é o *limite da função f (x)* quando x→ a, escreve-se então
>
> $$f(x) = b$$
>
> ou f (x) → b quando x → a. (Piskunov, 1982, p. 37).

É fundamental ressaltar que a definição proposta por Piskunov, mesmo nos dias atuais, é considerada moderna devido ao seu rigor. Dito isso, para que tal definição se faça possível, inicialmente foi necessário definir em qual campo os objetos (x, y, a, b, δ, ε) estão, neste caso, os números reais. Piskunov optou por apresentá-lo no primeiro capítulo no tópico *Números reais. Representação dos números reais pelos pontos do eixo numérico.*

Ainda nesse segundo capítulo, temos a definição de limite de uma variável que antecede o limite de uma função. Nela, Piskunov (1982, p. 34) afirma:

> O número constante a chama-se o limite da grandeza variável x. Se, para todo o número arbitrariamente pequeno
>
> $\varepsilon>0$, se pode indicar um valor da variável x tal que todos os valores consequentes da variável verifiquem a desigualdade
> $$|x-a| < \varepsilon.$$
>
> Se o número a é o *limite* da variável x, diz-se que x tende para o limite a e escreve-se:
> $$x \to a \quad \text{ou} \quad \lim x = a$$

Figura 2 – Representação de Piskunov



Fonte: Piskunov (1982, p. 34)

Analisando limite de uma variável, vimos que Piskunov (1982, p. 34), ao utilizar "O número constante *a*" e "grandeza variável", foi necessário que o autor anteriormente definisse esses termos no capítulo anterior. No tópico, *Grandezas variáveis e grandezas constantes* é explicado, por meio de exemplos de grandezas físicas, o conceito de *variação* (suscetível a tornar diferentes valores) e *constância* (quando os valores numéricos não mudam). Em seus estudos, Reis (2003) enfatiza que o ensino de cálculo passou a ser fundamentado na teoria do limite a partir do século XIX por meio de Cauchy, que apresentou essa teorização fazendo uso da ideia de *variação* e *constância.*

> Chamamos quantidade *variável* aquela que consideramos capaz de assumir diversos valores diferentes sucessivamente. Por outro lado, chamamos quantidade *constante* aquela que assume um valor fixo e determinado[9] (Cauchy, 1823, p. 1, tradução nossa).

Podemos notar que existe certa semelhança na definição de limite de uma variável apresentada por Piskunov e a definição de limite apresentada por Cauchy, na qual ele descrevia:

> Quando os valores sucessivamente atribuídos a uma variável aproximam-se indefinidamente de um valor fixo, de modo que eles finalmente difiram deste valor

[9] On nomme quantité *variable* celle que l'on considère comme devant recevoir successivement plusicurs valeurs différentes les ume des autres. On appelle au contraire quantité *constante* toute quantité qui reçoit une valeur fixe et déterminée.

> tão pouco quanto quisermos, esse último valor é chamado o *limite* de todos os outros. [...] Indicaremos o limite para o qual converge determinada variável pela abreviação "lim." escrita antes da variável em questão[10] (Cauchy, 1823, p. 1, tradução nossa).

Em resumo, são tomados valores consecutivos para uma *variável (x)*, de tal modo que x se torne *infinitamente pequeno* (menor que qualquer número dado) ao ponto de não poder ser diferenciado de um *valor fixo (a)*, quando x se aproxima de a (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO [USP], 2001). Veja que, a variação ao "arbitrariamente pequeno" utilizado por Piskunov (1982), nada mais é que, a definição de infinitamente pequeno de Cauchy, ou seja, "valores numéricos sucessivos de uma variável diminuem indefinidamente de modo a tornarem-se menores que qualquer número dado" (Cauchy, 1823, p. 1, tradução nossa).

A noção de limite de uma variável já havia sido apresentada por D'Alembert no século XVIII. D'Alembert tinha a seguinte compreensão sobre limite:

> Diz-se que uma grandeza é o limite de outra grandeza quando a segunda pode aproximar-se da primeira tanto quanto se queira, embora a primeira grandeza nunca possa exceder a grandeza da qual ela se aproxima; de modo que a diferença entre tal quantidade e seu limite é absolutamente indeterminável. (*apud* Baron; Bos, 1985, p. 28).

No entanto, tal definição, por si só, não trazia o rigor que passou a ser requerido na matemática. Isto porque, segundo Baron e Bos (1985, p. 32) houve muitas críticas, as quais giravam em torno de questionamentos, tais como: "Suponhamos que agora que uma variável possa alcançar seu limite. Surgem então dois problemas: até que ponto são preservadas as propriedades da variável quando ela alcança o limite, e até que ponto o limite ainda é único?" Além disso, Baron e Bos (1985, p. 33) complementam que "O problema que não está claro é como a variável percorre seus domínios, e como se aproxima do seu limite".

Sendo assim, em relação à definição de limite de Cauchy, mesmo que ela tenha sido desprendida das noções geométricas, ainda não apresentava a última palavra do rigor, isto é, a noção de □ e ε. Neste cenário, a formalização do cálculo, com a última palavra do rigor, vem a partir de Weierstrass, em sua contribuição de *função contínua* e *magnitude de uma variável,* onde ele afirma:

> Chamamos de magnitude variável, ilimitada ou limitada, aquela que pode aceitar valores infinitamente pequenos, ou que é capaz de tais valores, se, entre os

---

[10] Lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approchent indéhniment d'une valeur fixe, de manière à finir par en différer aussi peu que l'on voudre, cette dernière est appelée la *limite* de toutes les autres. [...]. Nous indiquerons la limite vers laquelle converge une variable donnée par l'abréviation "*lim.*" placée devant cette Variable.

> valores que pode aceitar, as quantidades forem menores do que qualquer quantidade arbitrariamente pequena assumida. Um tamanho variável x se torna infinitamente pequeno, com outro y, ao mesmo tempo, significa: 'Depois de assumir uma grandeza arbitrariamente pequena ε, pode ser determinado para x um limite de δ, de modo que para cada valor de x, para o qual $|x|<\delta$, o valor correspondente torna-se $|y| < \varepsilon$'. (Weierstrass, 1878, p. 57 *apud* Silva, 2021, p. 296).

Então, Piskunov (1982), para que a sua definição de limite de uma variável estivesse em conformidade com a definição moderna, descreve as expressões "$\varepsilon>0$" (vizinhança), "$|x-a| < \varepsilon$." (módulo e variável limitada), "consequentes da variável" (variável ordenada), nas quais foram esclarecidas, respectivamente, no primeiro capítulo nos tópicos *Domínio de definição duma variável; Valor absoluto de um número Real e Variável ordenada; Variável crescente e Variável decrescente; Variável limitada.* Com isso, Piskunov (1982) consegue definir o limite de uma variável preservando a unicidade e as propriedades do limite, aspectos criticados por Baron e Bos (1985) na definição proposta por D'Alembert. Restou, portanto, esclarecer de que forma as variáveis percorrem seu domínio.

Para abordar esta questão, Piskunov (1982) inicia, no primeiro capítulo, a introdução de noções sobre função, separando-o em quatro temas denominados: *Função; Diversas formas de expressões das funções; Principais funções elementares. Funções elementares; Funções Algébricas.* Em *Função,* Piskunov (1982, p. 20) declarou que "*y é uma Função de x e escreveremos $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, etc., se a cada valor da variável x pertencendo a um certo domínio, corresponde um valor da variável y*". Essa definição não corresponde a que foi construída pelo Grupo Bourbaki ao final da década de 1930 e usual atualmente. Nas palavras de Roque (2012), os bourbakistas, por meio de uma abordagem conjuntista, estabeleceram que:

> Sejam *E* e *F* dois conjuntos, que podem ser distintos ou não. Uma relação entre um elemento variável *x* de *E* e um elemento variável *y* de *F* é dita uma *relação funcional* se, para todo *x* pertencente a *E*, existe um único *y* pertencente a *F* que possui a relação dada com *x*. Damos o nome *função* à operação que associa, desse modo, a todo elemento *x* pertencente a *E*, o elemento *y* pertencente a *F* que possui a relação dada com *x*; *y* será dito o valor de função no elemento *x*. (Roque, 2012, p. 474).

Nesse primeiro movimento, pareceu-nos que esse autor trabalhou com uma definição de função, tendo certas semelhanças com versões que circularam em tempos anteriores por matemáticos. É possível perceber, neste caso, certa aproximação da definição proposta por Piskunov com a proposta por Dirichlet (1837):

> Se a variável y está tão relacionada a variável x de tal forma que sempre que um valor valor numérico é atribuído a x, existe uma regra segundo a qual um único

valor de y é determinado, então y é dito ser uma função da variável independe x (apud Lima, 2006, p. 88, tradução nossa).

No entanto, apesar das semelhanças, como o uso da noção de variabilidade na formulação do conceito de função dada por Dirichlet, é importante observar que essas definições são contextualizadas em épocas distintas. Enquanto o conceito de domínio, por exemplo, não estava de forma plena estabelecido na época de Dirichlet, já era amplamente reconhecido e compreendido quando Piskunov apresentou sua definição. Isso possibilitou que Piskunov incorporasse esse conceito na formulação de sua definição de função, tornando-a mais próxima das definições de funções aceitas atualmente.

Dada a definição de função, Piskunov (1982) parte para a introdução do conceito de limite de uma função. Entretanto, para que essa definição pudesse ser considera moderna, conforme mencionado anteriormente, foi necessária a utilização de noção de função contínua, que segundo Ávila (2002), só foi apresentada por Weierstrass em 1874.

De fato, Weierstrass (USP, c2001b), determina que, se f é uma função contínua em um intervalo (a, b), então para todo $x \in (a, b)$, existe um $x' \leq x$, e existe $x'' \geq x$, isto significa que por menor que seja o intervalo, vai existir um x pertencente ao intervalo, de modo que x' se aproxime de x pela esquerda $(x' \leq x)$, e que se aproxime de x'' pela direita $(x'' \geq x)$, ou seja, para qualquer intervalo, existe uma variação $| x - a | < \delta$, notação, também, adotada por Piskunov em limite de uma função. Logo, percebe-se que Piskunov consegue definir limite de uma função de maneira moderna.

Considerações finais

Como produto da análise feita neste texto, podemos notar que a definição de limite de uma função trazida por Piskunov (1982), tem como um dos principais elementos a *variação*. No decorrer da definição, Piskunov (1982) enfatiza, o que é variação, quais tipos de variação, o que irá variar (números reais), onde essa variação ocorrerá (na vizinhança), de que forma (variação de grandeza com relação a outra grandeza) e até onde se pode variar (limite).

Um movimento interessante de se observar foi como Piskunov abordou o limite de uma variável e quais os mecanismos ele empregou para tornar essa definição mais rigorosa, em convergência aos padrões modernos. Isso pode ser notado, ainda, em relação a própria definição de função, onde Piskunov apresenta um conceito semelhante ao de Dirichlet, mas incorporando conceitos mais recentes e bem estabelecidos, como o de domínio. Isso evidencia o quanto a construção de conceitos matemáticos é resultado também de contribuições de outros matemáticos, feitas em outros tempos.

Desta forma, esta breve discussão possibilitou-nos começar a refletir que a construção das teorias da matemática não é algo único e linear. Percebemos haver diferentes formas de conceber o conhecimento matemático, o qual parece não estar à margem do contexto social em que os matemáticos estavam imersos. Assim, tal trabalho despertou nossa atenção para, na continuidade desse nosso caminhar em uma história da matemática e do seu ensino, buscar entender, com mais amplitude, a trajetória e o contexto social no qual Piskunov estava inserido para, assim, compreendermos as escolhas que o levaram à definição de limite proposta no livro, bem como a apropriação de seu livro no contexto brasileiro.

Referências

ÁVILA, Geraldo. O Ensino do Cálculo e da Análise. **Revista Matemática Universitária**, n. 33, p. 83-95, dez. 2002.

BARON, Margaret E.; BOS, Henk Jan M. **Curso de História da Matemática**: origens e desenvolvimento do Cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M. M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, 1985. [Unidade 4 – O Cálculo no Século XVIII: fundamentos].

BRASIL. **Decreto nº 981, de 8 de novembro de 1890**. Aprova o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-981-8-novembro-1890-515376-publicacaooriginal-1-pe.html. Acesso em: 03 jun. 2022.

CAUCHY, Augustin Louis. **Resume des leçons données a l'Feale Polytechnique sur le calcul infinitésimal**. *In*: Oeures. (II), IV. Disponível em: https://archive.org/details/TO0E033362_TO0324_PNI-2035_000000/mode/2up. Acesso em: 05 mar 2024.

FERREIRA, Joubert Lima. **Fios, retalhos e pontos:** tecituras sobre a profissionalização docente em matemática em Feira de Santana (1970-1991). 2017. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História em Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador/Feira de Santana, 2017.

LIMA, Eliene Barbosa. **Dos infinitésimos aos limites**: a contribuição de Omar Catunda para a modernização da análise matemática no Brasil. 2006. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, UFBA-UEFS, Salvador, 2006.

LIMA, Eliene Barbosa; DIAS, André Luis Mattedi. O Curso de análise matemática de Omar Catunda: uma forma peculiar de apropriação da análise matemática moderna**.**

Revista Brasileira de História da Ciência, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 211-230, jul./dez. 2010.

LIMA, Eliene Barbosa *et al*. O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização. **Projeto de pesquisa submetido ao Edital da Chamada CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 – Universal - faixa A**, 2021.

LIMA, Eliene Barbosa; SILVA, Maria Inês da Luz; OLIVEIRA, Matheus Brandão. A matemática no curso de licenciatura plena em ciência com habilitação em matemática para a formação de professores da Universidade Estadual de Feira de Santana (1986-1988). **Perspectiva: Revista do Centro de Ciências da Educação**, Florianópolis, v. 40, n.2, p. 1-18, abril/jun. 2022. DOI: http://dx.doi.org/10.5007/2175-795X.2022.e84039. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/84039. Acesso em: 05 mar. 2024.

LIMA, Eliene Barbosa. Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta de ensino na coleção baiana *Matemática 2º ciclo*, 1973. **Acervo** - Boletim do Centro de documentação do GHEMAT-SP, São Paulo, v. 5, p. 1-15, 2023. DOI: https://doi.org/10.55928/ACERVO.2675-2646.2023.5.124. Disponível em: https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/124. Acesso em: 05 mar. 2024.

LIMA, Gabriel Loureiro. **A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo:** Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994.Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

OLIVEIRA, Matheus Brandão. O ensino de cálculo diferencial no curso de Licenciatura Plena em Ciências da Universidade Estadual de Feira de Santana: uma análise do caderno de cálculo de uma licencianda (1986). **Acervo** - Boletim do Centro de documentação do GHEMAT-SP, São Paulo, v. 4, p. 1-25, 2022. DOI: https://doi.org/10.55928/ACERVO.2675-2646.2022.4.71. Disponível em: https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/71. Acesso em: 05 mar. 2024.

PISKUNOV, Nikolai**. Cálculo Diferencial e Integral**. 9. ed. Porto: Lopes da Silva,1982.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

REIS, Frederico da Silva. **A tensão entre Rigor e Intuição no ensino de cálculo de Análise:** a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SILVA, Circe Mary Silva da. As notas de aula de Karl Weierstrass em 1878. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 21, n. 42, p. 294-328, 2021. Disponível em: https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/364/331. Acesso em: 07 fev. 2024.

UEFS [UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA]. Colegiado do curso de Licenciatura em Matemática. Levantamento bibliográfico. Feira de Santana: UEFS, 1991.

UFBA [UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA]. Instituto de Matemática. **Programa de ensino para a disciplina Cálculo IV.** Salvador: Arquivo do IM-UFBA, 1980.

USP [UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO]. **Augustin Louis Cauchy (1789-1857)**. c2001a. Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br/historia/cauchy.htm. Acesso em: 25 fev. 2023.

USP [UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO]. **Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815 - 1897)**. 2001. Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br/historia/weierstrass.htm. Acesso em: 25 fev. 2023.