

ANÁLISE DE UM CONTEÚDO MATEMÁTICO ESCOLARIZADO E SUA INFLUÊNCIA NO CÁLCULO: CASO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

ANALYSIS OF A SCHOOL MATHEMATICS CONTENT AND ITS INFLUENCE ON CALCULUS: THE CASE OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Ludmila Araújo da Silva Teixeiraⁱ

Mariana Ferreira de Jesusⁱⁱ

Darlene Silva Juritiⁱⁱⁱ

Eliane Santana de Souza Oliveira^{iv}

RESUMO

Este trabalho apresenta como objetivo analisar como as Funções Trigonômicas têm sido escolarizadas em diferentes materiais didáticos, desde o Ensino Médio até o Cálculo Diferencial e Integral, Ensino Superior, com foco nas disciplinas de Pré-Cálculo e Cálculo. A pesquisa se fundamenta no referencial da Transposição Didática (Chevallard, 1991). A abordagem metodológica é qualitativa e bibliográfica, envolvendo a análise de dois livros do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), um manual de Pré-Cálculo da Coleção Schaum e o livro de Cálculo de James Stewart. Os resultados vistos na análise dos livros do Ensino Médio mostram que, embora as funções seno e cosseno sejam abordadas de maneira mais detalhada, a função tangente é frequentemente negligenciada, prejudicando a compreensão integrada dos conceitos. No Ensino Superior, observa-se uma retomada das Funções Trigonômicas com uma abordagem mais analítica e simbólica, com ênfase no círculo trigonométrico e em representações gráficas e algébricas. A análise aponta para uma descontinuidade entre os níveis de ensino e levanta questões sobre os impactos dessa fragmentação na formação dos estudantes, enfatizando a importância de práticas didáticas que promovam articulação, compreensão conceitual e criticidade no processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Funções trigonométricas; Ensino de Matemática; Materiais didáticos.

ABSTRACT

This paper aims to analyze how trigonometric functions have been addressed in different teaching materials, from high school with Differential and Integral Calculus to higher education, with a focus on Pre-Calculus and Calculus courses. The research is grounded in the theoretical framework of

ⁱ Graduanda em Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Rua José Amaral de Oliveira, 166, Liberdade, Valente, Bahia, Brasil, CEP: 48890-000. E-mail: millateixeira871@gmail.com. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0007-9792-4208>.

ⁱⁱ Graduanda em Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Rua Visconde de Mauá, 716, Lagoa Grande, Feira de Santana, Bahia, Brasil, CEP: 44052-342. E-mail: marianaferriradejesus05@gmail.com. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-5777-5896>.

ⁱⁱⁱ Graduanda em Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Endereço para correspondência: Fazenda Sapucaia, 01, Zona Rural, Água Fria, Bahia, Brasil, CEP: 48170-000. E-mail: darlenejuriti24@gmail.com. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-7953-7101>.

^{iv} Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora Adjunta da Área de Educação Matemática/DEXA-UEFS. Endereço para correspondência: Avenida Transnordestina, S/N, Bairro Novo Horizonte, Campus Universitário, Feira de Santana, Bahia, CEP 44036-900, Brasil. E-mail: essoliveira@uefs.br. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3981-1620>.

Didactic Transposition (Chevallard, 1991). The methodological approach is qualitative and bibliographic, involving the analysis of two high school textbooks approved by the National Textbook and Educational Materials Program (PNLD), a Pre-Calculus manual from the Schaum's Outline series, and James Stewart's Calculus textbook. The results from the analysis of the high school textbooks show that although the sine and cosine functions are covered in more detail, the tangent function is often overlooked, hindering an integrated understanding of the concepts. In higher education, there is a resumption of trigonometric functions with a more analytical and symbolic approach, emphasizing the unit circle along with graphical and algebraic representations. The analysis points to a discontinuance between the educational levels and raises questions about the impacts of this fragmentation on students' learning, highlighting the importance of didactic practices that promote coherence, conceptual understanding, and critical thinking in the mathematics learning process.

Keywords: Trigonometric functions; Mathematics education; Didactic materials.

Submetido: 21.10.2025

Aprovado: 20.02.2026

Considerações iniciais

O ensino de conteúdos matemáticos, especialmente os que envolvem a Trigonometria, apresenta-se como um dos grandes desafios da Educação Básica. Nessa perspectiva, segundo Chervel (1990 *apud* Lima; Dynnikov; Valente, 2022, p. 5) “o processo de escolarização dos saberes” são os conhecimentos “escolarizados na forma de disciplinas escolares”, as quais “são criações históricas originais da cultura escolar”. Sendo assim, ao longo da escolarização, é comum observar que os estudantes enfrentam obstáculos significativos para compreender conceitos e relações trigonométricas, o que compromete sua aprendizagem em níveis mais avançados. A Trigonometria, ao lidar com funções e relações que envolvem ângulos, medidas e periodicidade, exige não apenas domínio de conteúdos prévios, mas também uma mudança de postura frente à abstração matemática, o que nem sempre é favorecido pelas práticas didáticas convencionais.

Nesse sentido, “as noções matemáticas de Funções Trigonômétricas encontram-se no topo da hierarquia entre os conteúdos matemáticos do Ensino Médio e, consequentemente, no topo das dificuldades”, (Fonseca, 2015 *apud* Fonseca; Campos; Oliveira, 2021, p. 2). Essa citação reforça uma percepção que também é recorrente no cotidiano escolar, o qual os alunos, muitas vezes, não apenas têm dificuldades em aplicar as Funções Trigonômétricas, mas em compreender seus significados e utilidades. Sendo assim, tal percepção nos instiga a refletir sobre o modo como esses saberes vêm sendo trabalhados ao longo da escolarização,

e em que medida os materiais didáticos favorecem, ou não, a construção de uma compreensão mais profunda e articulada desses conceitos.

Diante desse contexto, o presente trabalho tem como objetivo analisar como as Funções Trigonométricas têm sido escolarizadas em diferentes materiais didáticos, desde o Ensino Médio até o Cálculo Diferencial e Integral. Para isso, foram examinados dois livros do Ensino Médio aprovados pelo PNLD, um manual de Pré-Cálculo da Coleção Schaum e o livro de Cálculo de James Stewart. Desse modo, a escolha foi baseada na experiência escolar de uma das autoras e na relevância desses materiais no contexto educacional. O livro da coleção Quadrante do 2º ano do Ensino Médio foi adotado em turmas do Ensino Médio em que uma das autoras esteve inserida como estudante, o que favorece uma leitura mais situada e sensível à sua proposta didática.

Já o livro da coleção Contexto & Aplicações (Dante, 2016), foi escolhido especificamente por ser uma edição anterior à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pois com a implementação desta, os livros do mesmo autor passaram a ser organizados por eixos temáticos como Trigonometria, Geometria, Funções, entre outros, em volumes separados. Essa mudança estrutural inviabilizaria uma análise integrada dos conteúdos, como se propõe nesta pesquisa. Portanto, ao escolher a edição de 2016, anterior à BNCC, é possível examinar como o conteúdo era articulado de forma mais ampla e identificar de que maneira a obra tratava (ou não) as Funções Trigonométricas.

Além disso, a escolha do manual de Pré-Cálculo da Coleção Schaum e o livro de Cálculo de James Stewart para compor a análise foi motivada pela experiência acadêmica das autoras nas disciplinas de Pré-Cálculo e Cálculo Diferencial e Integral, respectivamente, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), nas quais os livros foram adotados como principais referências bibliográficas. Nesse sentido, em todos os materiais, busca-se investigar sobre como as Funções Trigonométricas têm sido escolarizadas em diferentes abordagens didáticas, presentes no cotidiano da Educação Básica e do Ensino Superior, e quais sentidos estão sendo construídos (ou negligenciados) nesse processo. Partindo desse contexto, esta análise foi desenvolvida com base em uma abordagem qualitativa, de natureza bibliográfica, centrando-se na leitura e interpretação dos quatro livros. Dessa forma, a investigação concentrou-se na maneira como as Funções Trigonométricas seno, cosseno e tangente são introduzidas e exploradas nos materiais analisados.

Sob esse viés, a investigação procurou compreender de que forma essas obras contribuem ou não para uma transição significativa entre os níveis de ensino, observando a continuidade (ou ruptura) na construção do conhecimento matemático. Ao fazer essa análise, pretende-se discutir criticamente o papel dos materiais didáticos na formação dos estudantes e propor reflexões sobre o ensino das Funções Trigonométricas.

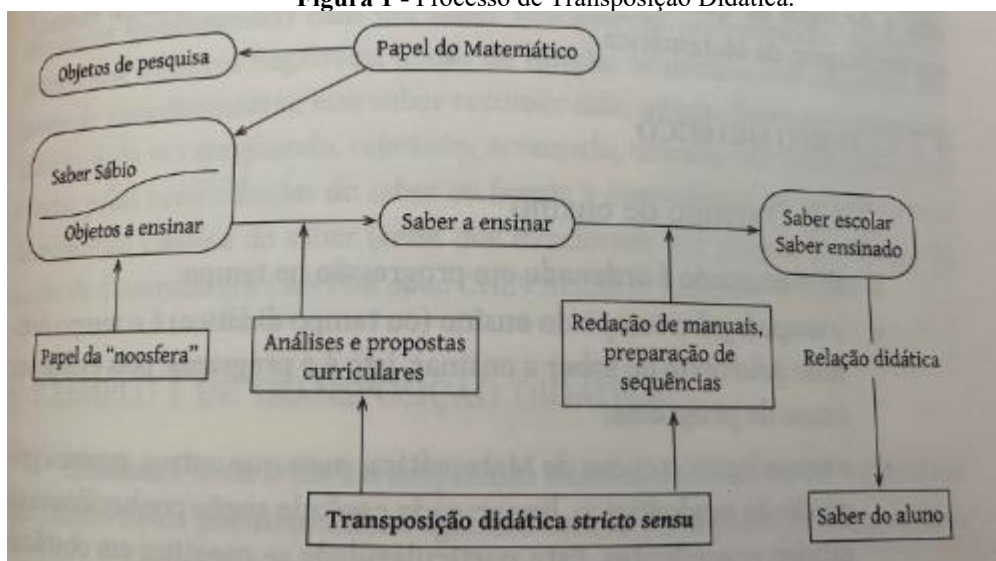
1 Referencial teórico

O conhecimento percorre diferentes formas até chegar à sala de aula, assumindo características próprias em cada etapa. Um objeto de saber, para se tornar ensinável, passa por um processo de transformações, por meio de regras às quais esse saber se sujeitou. Chevallard (1991) distingue o saber acadêmico, produzido por matemáticos, do saber do professor, que passa por adaptações metodológicas e curriculares, e do saber do aluno, que se materializa na aprendizagem. Assim, essas transformações, que convertem um objeto de conhecimento em um objeto de ensino, configuram o núcleo da Transposição Didática

Almouloud (2022), ao dialogar com a Teoria da Transposição Didática proposta por Chevallard em 1989, apresenta-a como um conjunto de transformações necessárias para que um saber sábio — isto é, o conhecimento produzido no âmbito científico — possa ser convertido em saber apto a ensinar, ou seja saber ensinável. Esse processo de descontextualizar o saber sábio e recontextualizá-lo para se tornar um saber ensinável e acessível ao contexto escolar é denominado de Transposição Didática. Esse processo de recontextualização acontece por meio de interferências metodológicas e epistemológicas do saber que envolve uma reelaboração que considera tanto as condições institucionais quanto às necessidades pedagógicas, de modo a garantir que o saber preserve sua legitimidade científica ao mesmo tempo em que se torna objeto de ensino.

Assim temos a Transposição Didática do saber sábio (científico) para o saber à ensinar (que são os saberes aptos à serem ensinados), depois temos a Transposição Didática do saber à ensinar ao saber ensinado, e, por fim, do saber ensinado ao saber aprendido (que é o saber que os estudantes aprenderam com base no que foi ensinado). Na figura 1 temos um quadro resumo, que mostra os processos da Transposição Didática.

Figura 1 - Processo de Transposição Didática.



Fonte: Henry (1991, p. 70)

Nessa perspectiva é possível compreender como determinados temas centrais da matemática, como as Funções Trigonométricas, são adaptados e reorganizados ao longo dos diferentes níveis de ensino. Embora esse conteúdo esteja presente de forma recorrente tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, a forma como é apresentado nem sempre favorece a construção de significados mais amplos e articulados, o que pode comprometer a aprendizagem e dificultar a continuidade formativa dos estudantes.

É importante reconhecer a forma como os saberes matemáticos são apresentados nos materiais didáticos, pois quando os conteúdos, a exemplo das Funções Trigonométricas, são apresentados de maneira fragmentada, desarticulada de seus contextos históricos, geométricos ou funcionais, cria-se uma lacuna no processo de aprendizagem, prejudicando a compreensão integrada do referido conteúdo matemático. Esses recursos favorecem a construção de conexões entre diferentes representações e aplicações das Funções Trigonométricas, afinal, a maneira como esse conhecimento é escolarizado pode ampliar ou limitar as possibilidades formativas dos estudantes ao longo de sua trajetória.

Com base em Oliveira (2020), compreendemos que o modelo dominante que está posto, ao que se refere a Funções Trigonométricas, muitas vezes tende a priorizar a técnica e a memorização em detrimento da compreensão conceitual. Esse modelo se revela, por exemplo, na forma como seno, cosseno e tangente são frequentemente tratados como objetos fragmentados, descontextualizados e com pouca articulação entre seus usos gráficos, geométricos e algébricos. Tal abordagem dificulta a formação de um pensamento matemático mais autônomo, crítico e integrado.

Assim, podemos inferir que a ênfase excessiva na técnica e na resolução mecânica de exercícios, evidencia um problema estrutural na forma como os saberes matemáticos são apresentados em grande parte dos materiais didáticos. No caso das Funções Trigonométricas, isso se manifesta na dificuldade de conectar diferentes representações como o círculo trigonométrico e os gráficos, o que compromete a apropriação efetiva do conteúdo.

Desse modo, este trabalho se baseará na Teoria da Transposição Didática para análise dos livros, a fim de compreender como o saber função trigonométrica é apresentado nas diferentes obras analisadas, a fim de perceber de que forma as obras promovem a recontextualização desses saberes para que os mesmos se tornem ensináveis.

2 Metodologia

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa, entendida, conforme Creswell (2007), como uma abordagem voltada para a compreensão aprofundada dos fenômenos, recorrendo a múltiplas estratégias investigativas e a diferentes métodos de coleta e análise de dados. Ademais, configura-se como uma pesquisa de natureza bibliográfica, visto que, conforme destaca Gil (2002), esse tipo de investigação fundamenta-se em materiais previamente elaborados, constituídos, em grande medida, por livros, teses e artigos científicos.

Destarte, baseados na Teoria da Transposição Didática, buscamos alcançar o objetivo dessa pesquisa que é analisar como as Funções Trigonométricas têm sido escolarizadas em diferentes materiais didáticos, desde o Ensino Médio até o Cálculo Diferencial e Integral, Ensino Superior, com foco nas disciplinas de Pré-Cálculo e Cálculo. No intuito de compreender de que maneira os materiais didáticos analisados recontextualizam as Funções Trigonométricas para se tornar um saber a ser ensinado e de que forma eles buscam mediar a transição do objeto do saber Funções Trigonométricas na Educação Básica até o Ensino Superior, apresentamos a seguir a análise de quatro manuais didáticos.

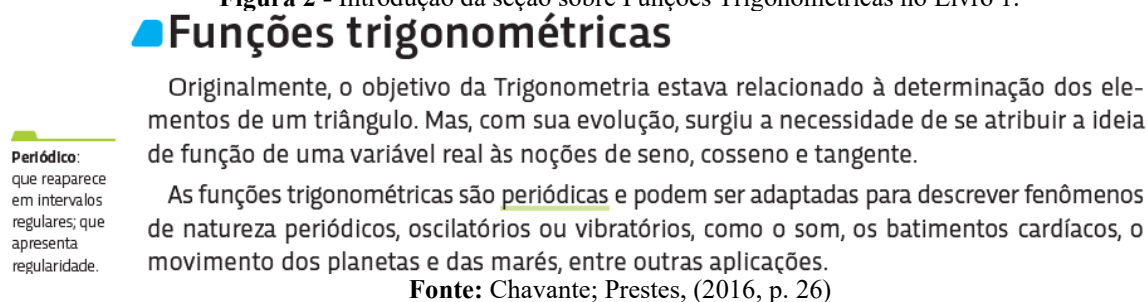
3 Análise dos manuais didáticos

Nesta seção, realizaremos a análise de dois livros do Ensino Médio aprovados pelo PNLD: o livro da coleção Quadrante, destinado ao 2º ano, e o livro da coleção Contexto & Aplicações (Dante, 2016). Além destes, também será abordada a análise do manual de Pré-Cálculo da coleção Schaum e do livro de Cálculo de James Stewart.

3.1 Análise do livro da coleção Quadrante⁵ e da coleção Contexto & Aplicações⁶

Considerando a importância dos livros didáticos como recurso no processo de escolarização da matemática, foram selecionadas duas obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e utilizadas no Ensino Médio. No livro 1, as Funções Trigonômétricas são introduzidas por meio da circunferência trigonométrica, com destaque para a construção das funções seno e cosseno. O capítulo aborda conceitos como amplitude, período e simetria, utilizando gráficos e situações contextualizadas, como oscilações sonoras e movimentos ondulatórios. Entretanto, ao analisar esse material percebe-se que, embora a introdução da seção (Figura 2) mencione explicitamente as três funções seno, cosseno e tangente, ao longo do desenvolvimento não há exploração gráfica nem conceitual da função tangente.

Figura 2 - Introdução da seção sobre Funções Trigonômétricas no Livro 1.



Essa omissão ou escolha didática, identificada no sumário do Livro 1 (Figura 3), pode estar relacionada com a tentativa de simplificação do conteúdo, mas acaba contribuindo para a fragmentação do saber matemático escolarizado. Tal fragmentação é apontada por Oliveira (2020) como um problema didático, no qual se perde a razão de ser do conteúdo trabalhado, comprometendo sua significação e sua articulação com práticas sociais.

⁵ Iremos nos referir ao livro da coleção Quadrante do 2º ano do Ensino Médio dos autores Eduardo Chavante e Diego Prestes, da 1ª edição de 2016, como Livro 1.

⁶ Iremos nos referir ao livro da coleção Contexto & Aplicações do 2º ano do Ensino Médio do autor Luiz Dante, da 3ª edição de 2016, como Livro 2.

Figura 3 - Sumário do capítulo 1 referente ao Livro 1.

Unidade	
1	capítulo 1
	Trigonometria
	▪ Trigonometria na circunferência10
	• Arcos de circunferência.....10
	• Circunferência trigonométrica.....12
	▪ Seno, cosseno e tangente de um arco trigonométrico18
	• Seno e cosseno de um arco trigonométrico.....18
	• Tangente de um arco trigonométrico.....19
	• Redução ao 1º quadrante.....22
	▪ Funções trigonométricas26
	• Função seno.....26
	• Função cosseno.....28
	▪ Funções do tipo $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ e $g(x) = a + b \cdot \text{cos}(cx + d)$31
	▪ Valores em ação: Hipertensão arterial36
	▪ Equações trigonométricas37
	▪ Verificando rota39
	▪ Ampliando fronteiras: Não se vê, mas se mede40

Fonte: Chavante; Prestes (2016, p. 26)

Embora presente em ambos os livros, a função tangente é mais explorada no Livro 2, o qual traz a ideia geométrica da função tangente, em vez de fazer o estudo aprofundado da função, analisando gráfico, periodicidade e o sinal desta, como feito para funções seno e cosseno (Figura 4).

Figura 4 - Sumário do capítulo 3, referente ao Livro 2

CAPÍTULO 3	
Funções trigonométricas	
1	A ideia de seno, cosseno e tangente de um número real.....35
2	Valores notáveis do seno e do cosseno.....37
3	Redução ao 1º quadrante.....38
	Arcos no 2º quadrante.....38
	Arcos no 3º quadrante.....38
	Arcos no 4º quadrante.....38
	Arcos maiores do que 360° (fora da 1ª volta).....39
4	A ideia geométrica de tangente.....40
	Valores notáveis da tangente.....41
5	Estudo da função seno.....43
	Gráfico da função seno.....43
	Periodicidade da função seno.....44
	Sinal da função seno.....45
6	Estudo da função cosseno.....46
	Gráfico da função cosseno.....46
	Sinal da função cosseno.....47
7	Senoides.....48
	As senoides e os fenômenos periódicos.....48

Fonte: Dante (2016, p. 6).

Embora ambos os livros enunciem a função tangente em suas introduções e/ou sumários, nota-se que ela não recebe o mesmo tratamento didático dado às funções seno e cosseno. Sua presença é superficial, muitas vezes citada apenas como parte do conjunto das Funções Trigonômétricas, sem que se explorem seus aspectos conceituais, gráficos e algébricos. Sendo assim, essa escolha empobrece o processo de escolarização dos saberes matemáticos e dificulta a formação de estudantes com autonomia para compreender e aplicar a matemática de forma crítica e contextualizada. Conforme discute Oliveira (2020), esse tipo de abordagem reflete um modelo dominante, que reduz o conteúdo a um conjunto de técnicas desconectadas do sentido histórico, epistemológico e social do saber.

Assim, a análise dos livros 1 e 2 evidencia um processo de escolarização das Funções Trigonômétricas marcado pela fragmentação e pela desigualdade no tratamento conceitual das funções seno, cosseno e tangente. Esse cenário revela justamente o que Chevallard (1991) problematiza ao tratar da Transposição Didática, pois ao ser adaptado para o ensino, o saber matemático muitas vezes é reduzido a procedimentos mecânicos, perdendo sua estrutura, coerência interna e potencial formativo.

Desse modo, esse tipo de abordagem reflete um modelo de ensino marcado por uma lógica reducionista, que esvazia o sentido do conhecimento escolarizado. Com base na análise dos dois livros selecionados, é possível perceber que o tratamento dado à função tangente ainda carece de maior aprofundamento conceitual e equilíbrio em relação às outras Funções Trigonômétricas. Tal lacuna pode comprometer a transição dos estudantes para o Ensino Superior, no qual essas funções são retomadas de maneira simbólica e algébrica, como será discutido nas análises das disciplinas de Pré-Cálculo e Cálculo.

3.2 Análise do livro de Pré-Cálculo, da Coleção Schaum (2009)

Dando continuidade a investigação de como as Funções Trigonômétricas são abordadas no Ensino Superior, selecionamos o livro de Pré-Cálculo, da Coleção Schaum, analisando o capítulo 20 que aborda as Funções Trigonômétricas e 21 que trata sobre Gráficos de Funções Trigonômétricas. Esses capítulos exploram diretamente o tema, contemplando desde conteúdos introdutórios até tópicos mais avançados, como as identidades trigonométricas e a análise gráfica das funções. Assim, a leitura desses trechos permitiu observar como o material retoma conceitos fundamentais da trigonometria, como

as razões no triângulo retângulo, o uso do círculo trigonométrico e a definição das Funções Trigonométricas (Figura 5).

Figura 5 - Definição de Funções Trigonométricas apresentada no livro de Pré-Cálculo, da Coleção Schaum.

DEFINIÇÃO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

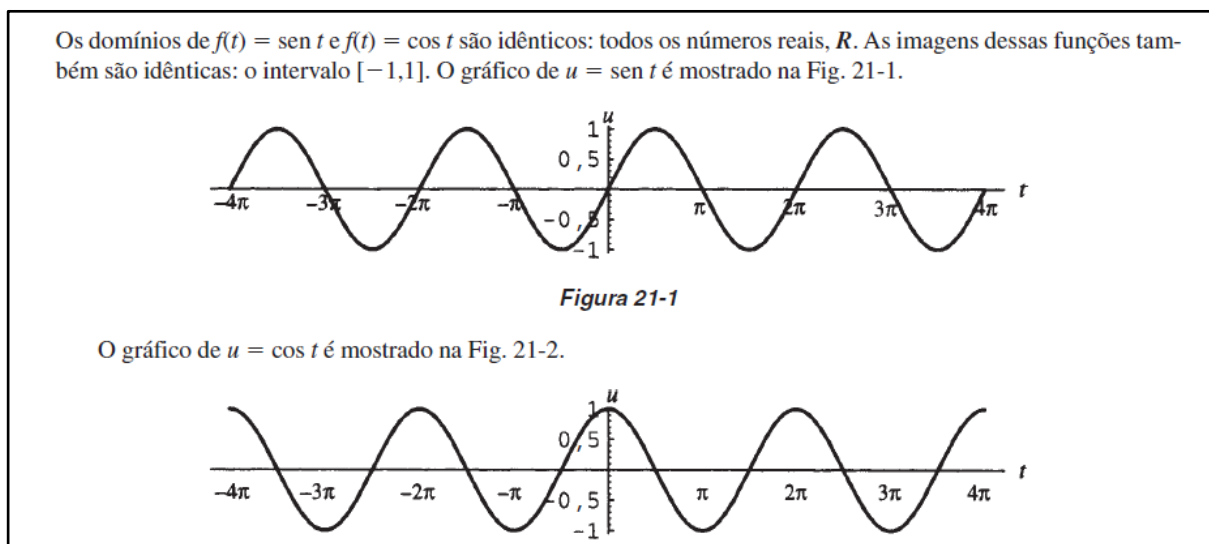
Se t é um número real e $P(x,y)$ é o ponto, referido como $P(t)$, no círculo unitário U que corresponde a P , então, as seis funções trigonométricas de t , seno, cosseno, tangente, cossecante, secante e cotangente, abreviadas como sen, cos, tg, csc, sec e cotg, respectivamente, são definidas como:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} t &= y & \operatorname{csc} t &= \frac{1}{y} \text{ (se } y \neq 0) \\ \operatorname{cos} t &= x & \operatorname{sec} t &= \frac{1}{x} \text{ (se } x \neq 0) \\ \operatorname{tg} t &= \frac{y}{x} \text{ (se } x \neq 0) & \operatorname{cotg} t &= \frac{x}{y} \text{ (se } y \neq 0) \end{aligned}$$

Fonte: Coleção Schaum: Pré-cálculo (2009, p. 177).

Nesse contexto, observa-se que o livro promove um aprofundamento significativo ao expandir a abordagem inicial e introduzir as funções seno, cosseno e tangente no círculo unitário, adotando os radianos como unidade padrão de medida. Essa mudança de perspectiva marca uma transição conceitual importante, aproximando o estudante de uma abordagem mais analítica, isto é, uma forma de tratar as funções que prioriza o estudo de suas propriedades formais (como domínio, imagem, periodicidade e simetrias), além do uso de representações algébricas e gráficas mais gerais (Figura 6).

Figura 6 - Gráficos de funções básicas Seno e Cosseno.



Fonte: Coleção Schaum: Pré-cálculo (2009, p. 187).

Nessa perspectiva, foi possível observar como determinados assuntos são apresentados em ambos os contextos. Sendo assim, no livro da coleção Schaum (2009), o

círculo trigonométrico é apresentado como o domínio natural das Funções Trigonométricas, uma vez que permite a definição das funções seno, cosseno e tangente para qualquer número real. Diferente da abordagem inicial com triângulos retângulos, em que as Funções Trigonométricas são limitadas aos ângulos agudos, o círculo trigonométrico oferece uma representação geométrica que estende essas funções para todos os quadrantes.

Dessa forma, a partir do círculo, as Funções Trigonométricas passam a ser definidas de maneira contínua e periódica, refletindo a ideia de que seus valores se repetem em intervalos regulares. Por exemplo, o seno e o cosseno são funções periódicas com um período de 2π , enquanto a tangente tem um período de π , sendo essas propriedades fundamentais para entender o comportamento das funções em um domínio mais amplo que abrange todos os números reais. Posto isso, essa perspectiva reforça a ideia de Fiorentini e Lorenzato (2009), de que o círculo trigonométrico atua como uma ponte entre a trigonometria e a análise matemática, favorecendo a consolidação do conceito de função periódica a partir de uma base visual e conceitual sólida.

Em relação às identidades trigonométricas, também se percebe uma continuidade formativa. No Schaum (2009), essas identidades são tratadas com maior profundidade apresentando demonstrações formais, explora sua lógica interna e propõe aplicações em contextos diversos. Ainda que a ênfase técnica seja evidente, ela é acompanhada por representações múltiplas e articulações conceituais que ampliam o entendimento e aproximam os estudantes de um pensamento mais analítico.

Vale destacar que o Schaum apresenta algoritmos de resolução e prática intensiva, mas também se preocupa em contextualizar os conceitos e explorar diferentes representações numéricas, gráficas, algébricas e geométricas. Essa articulação entre técnica e compreensão está em consonância com tendências atuais da Educação Básica, que valorizam não apenas a operacionalização, mas também a construção de significados. Essas tendências incluem o uso de tecnologias, como o GeoGebra, que permitem aos alunos visualizarem transformações nas funções, reforçando a compreensão e promovendo uma aprendizagem mais ativa e investigativa. Ao evidenciar essa continuidade entre os níveis, esta pesquisa reforça a importância de pensar o ensino das Funções Trigonométricas como um processo articulado e progressivo, no qual cada etapa da escolarização contribui para uma compreensão mais ampla do conhecimento matemático.

A abordagem do livro de Pré-Cálculo da Coleção Schaum (2009) sobre as Funções Trigonométricas ilustra o que Chevallard (1991) define como Transposição Didática, ou

seja, a adaptação do saber acadêmico para o contexto do ensino. Dessa forma, o livro transforma conteúdos mais técnicos, como as propriedades formais das Funções Trigonométricas, em explicações acessíveis, partindo das razões no triângulo retângulo até chegar ao círculo trigonométrico e ao uso de radianos. Apesar do aprofundamento, mantém vínculos com a Educação Básica, promovendo continuidade e ampliando a compreensão dos conceitos. Dessa forma, a obra não apenas adapta o conteúdo, mas também favorece o desenvolvimento do pensamento matemático.

Dessa forma, essa abordagem também permite a resolução de Funções Trigonométricas, a exploração das identidades fundamentais e a análise de transformações no gráfico, como translações e dilatações. Ao tratar os conceitos dessa maneira, o livro favorece uma compreensão mais abstrata e generalizada das Funções Trigonométricas, preparando o estudante para conexões futuras com conteúdos do cálculo, como limites, derivadas e integrais. Assim, compreendemos que o Schaum não substitui nem rompe com os saberes escolares, mas os prolonga e refina, compondo um processo contínuo de escolarização do conteúdo que prepara o estudante para o Cálculo Diferencial e Integral.

3.3 Análise do livro de Cálculo, volume 1 da 7ª edição, de James Stewart

Ao analisarmos o livro de Cálculo, volume 1 da 7ª edição, de James Stewart (2013), observamos que as Funções Trigonométricas desempenham um papel essencial na transição entre o conhecimento prévio do estudante e os novos saberes introduzidos no Ensino Superior. Sob essa perspectiva, logo no início, o autor faz uma reintrodução conceitual das funções seno, cosseno e tangente, retomando elementos fundamentais que já haviam sido estudados anteriormente, como a definição em termos de radianos, o domínio e a imagem dessas funções, bem como, as propriedades importantes como a periodicidade, os zeros das funções e seus gráficos (Figura 7).

Figura 7 - Reintrodução conceitual das funções seno, cosseno e tangente.

Funções Trigonômicas

Há uma revisão de trigonometria e de funções trigonométricas no Apêndice D. Em cálculo, convencionou-se dar a medida de ângulos em radianos (exceto quando explicitamente mencionado). Por exemplo, quando utilizamos a função $f(x) = \sin x$, entende-se que x seja o seno de um ângulo cuja medida em radianos é x . Assim, os gráficos das funções seno e cosseno estão na Figura 18.

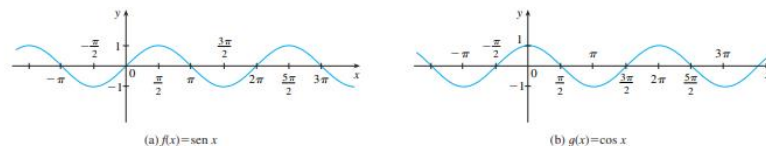


FIGURA 18

Observe que tanto para a função seno quanto para a função cosseno o domínio é $(-\infty, \infty)$, e a imagem é o intervalo fechado $[-1, 1]$. Dessa forma, para todos os valores de x temos

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad -1 \leq \cos x \leq 1$$

ou, em termos de valores absolutos,

$$|\sin x| \leq 1 \quad |\cos x| \leq 1.$$

Além disso, os zeros da função seno ocorrem nos múltiplos inteiros de π ; isto é,

$$\sin x = 0 \quad \text{quando} \quad x = n\pi, \quad n \text{ é um número inteiro.}$$

Uma propriedade importante das funções seno e cosseno é que elas são periódicas e têm um período 2π . Isso significa que, para todos os valores de x ,

$$\sin(x + 2\pi) = \sin x \quad \cos(x + 2\pi) = \cos x$$

A natureza periódica dessas funções torna-as adequadas à modelagem de fenômenos repetitivos, tais como marés, cordas vibrantes e ondas sonoras. Como ilustração, no Exemplo 4 da Seção 1.3 veremos que um modelo razoável para o número de horas de luz solar na Filadélfia t dias após 1º de janeiro é dado pela função

$$L(t) = 12 + 2,8 \sin\left[\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right]$$

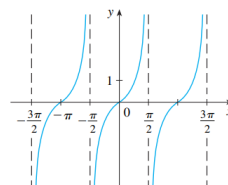
A função tangente relaciona-se com as funções seno e cosseno pela equação

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

e seu gráfico é ilustrado na Figura 19. Ela não está definida quando $\cos x = 0$, isto é, quando $x = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \dots$. Sua imagem é $(-\infty, \infty)$. Observe que a função tangente tem período π :

$$\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x \quad \text{para todo } x$$

As três funções trigonométricas remanescentes (cossecante, secante e cotangente) são as recíprocas das funções seno, cosseno e tangente. Seus gráficos estão no Apêndice D.



Fonte: Stewart (2013, p. 30-31)

Desse modo, essa retomada evidencia que o ensino do Cálculo pressupõe o domínio das ideias básicas de trigonometria estudadas no Ensino Médio e no Pré-cálculo. No entanto, no contexto do livro de Stewart, essa base é revisitada sob uma perspectiva mais formal e analítica, demandando do estudante não apenas a memorização de fórmulas, mas também a capacidade de utilizá-las de forma integrada a novos procedimentos matemáticos. Essa exigência reforça a ideia de continuidade no processo de escolarização, em que os conhecimentos anteriores não são descartados, mas recontextualizados em um nível mais complexo.

Contudo, um ponto que merece atenção é o foco marcante na procedimentalização das Funções Trigonômicas no contexto do Cálculo. Ainda que Stewart resgate algumas

propriedades fundamentais, essa retomada ocorre de forma rápida e com ênfase no uso técnico das fórmulas. Sendo assim, o estudante é conduzido a aplicar essas propriedades na resolução de problemas de derivação e integração, mas com poucas oportunidades para explorar seus significados geométricos ou físicos mais profundos.

Essa abordagem, embora eficiente do ponto de vista operacional, pode enfraquecer a construção de uma compreensão conceitual mais sólida, especialmente para alunos que ainda não consolidaram essas ideias na Educação Básica, pois alguns conceitos são enunciados, porém não são aprofundados. E isso, pode vir a se repetir na disciplina de Pré-Cálculo, devido ao fato da disciplina possuir uma ementa vasta e uma carga-horária limitada, o que pode levar as Funções Trigonométricas serem trabalhadas de forma rápida na disciplina, evidenciando um descompasso entre a sofisticação técnica exigida e o espaço dedicado à exploração dos sentidos dessas funções.

No capítulo dedicado à diferenciação, as Funções Trigonométricas aparecem com bastante frequência, especialmente nos exercícios. As derivadas das funções seno e cosseno são apresentadas como fórmulas centrais, cujas demonstrações são geralmente resumidas ou mesmo omitidas em favor da ênfase na aplicação. Essas derivadas são utilizadas na resolução de problemas que envolvem taxas de variação, otimização e análise de gráficos, reforçando a ideia de que as Funções Trigonométricas, no Cálculo, são mobilizadas como ferramentas analíticas para resolver problemas mais amplos.

É interessante observar que essa abordagem foca na eficiência e na técnica, ou seja, o estudante aprende a aplicar fórmulas e métodos de derivações, a fim de resolver os exercícios e interpretar resultados. No entanto, pouco se discute sobre o significado das funções seno e cosseno como descrições de movimentos periódicos ou fenômenos físicos, aspectos que poderiam contribuir para uma compreensão mais integrada entre forma e conteúdo.

No capítulo sobre integrais, as Funções Trigonométricas reaparecem com destaque. Isso porque, o livro apresenta integrais diretas, além de técnicas mais avançadas, como substituições trigonométricas e integrais envolvendo identidades. É válido destacar que nesse contexto, as identidades trigonométricas são retomadas com função instrumental, logo o aluno aprende a escolher e aplicar a identidade certa para simplificar a integral e resolver o problema. Nesse contexto, ainda que existam algumas contextualizações como aplicações em problemas de física, cálculo de áreas ou movimentos periódicos, elas são pontuais e não se aprofundam nos significados conceituais ou na construção intuitiva dessas ideias.

Dessa forma, a apresentação das integrais também reforça o foco procedimental, no qual as técnicas são organizadas como estratégias a serem memorizadas e praticadas. Por exemplo, embora o uso de substituições como $x = \sin \theta$ possa ser eficaz na resolução de integrais complexas, o livro raramente retoma a interpretação geométrica dessas substituições ou o contexto que motivaria tal escolha. Isso reforça a ideia de que, no ensino do Cálculo, as Funções Trigonômicas deixam de ser objetos de estudo por si mesmas e passam a ser tratadas como ferramentas operatórias a serviço de outros conteúdos.

De forma geral, a análise do livro de Stewart (2013) revela uma mudança na maneira como as Funções Trigonômicas são trabalhadas no Ensino Superior. Elas deixam de ser exploradas enquanto conceito como ocorre no livro da Educação Básica e no Pré - Cálculo e passam a ser tratadas como instrumentos de cálculo. Ainda que essa mudança seja natural no percurso formativo do estudante, conforme as análises dos livros realizados, não há garantia que ela ocorra de maneira explícita ou acompanhada de uma transição conceitual construída. Assim, o processo transpositivo que os professores fazem dos conteúdos abordados nos livros didáticos analisados, deverá ser crucial para uma integração desses conteúdos da Educação Básica para o Ensino Superior.

Posto isso, compreendemos que o livro de Stewart, embora tecnicamente completo e didaticamente bem estruturado, promove uma abordagem que prioriza a aplicação de procedimentos sobre a reflexão conceitual. Essa característica aponta uma responsabilidade maior no processo transpositivo, uma vez que os professores dos diferentes níveis terão um papel principal em promover a transição dos saberes da Educação Básica para o Ensino Superior, considerando os significados das Funções Trigonômicas ao longo de toda a trajetória escolar dos estudantes. E conseqüentemente, busque promover a continuidade do saber e da superação de possíveis rupturas no processo de escolarização do Cálculo.

Ademais, sob a perspectiva da Transposição Didática proposta por Chevallard (1991), é possível compreender que o modo como os saberes matemáticos são apresentados no livro de Stewart reflete um estágio específico desse processo, onde o saber científico é convertido em saber a ensinar, mas com forte predominância na aplicação de procedimentos. As Funções Trigonômicas, embora tratadas com rigor técnico, acabam sendo apresentadas de maneira instrumental, o que limita a articulação com os saberes escolares anteriores. Isso revela uma ruptura potencial no processo de escolarização do conhecimento, especialmente para estudantes que não tiveram a oportunidade de consolidar tais conceitos na Educação Básica ou no Pré-Cálculo. Assim, o papel do professor torna-se ainda mais relevante, pois é

ele quem poderá reconfigurar, em sala de aula, esse saber transposto, promovendo a mediação necessária entre os conteúdos formalizados nos livros e a realidade formativa dos estudantes.

Considerações finais

O estudo da escolarização das Funções Trigonométricas, desde o Ensino Médio até o Ensino Superior, revela um processo complexo de transição entre abordagens pedagógicas e a construção do conhecimento matemático. Nesse contexto, a análise dos livros didáticos aprovados pelo PNLD, do manual de Pré-Cálculo da Coleção Schaum e do livro de Cálculo de James Stewart evidenciou tanto a continuidade quanto as rupturas na forma como essas funções são tratadas ao longo dos níveis de ensino.

Sob esse viés, nos materiais analisados, observou-se que, enquanto o Ensino Médio tende a apresentar as Funções Trigonométricas de forma fragmentada com ênfase em aspectos técnicos e operacionais, o Ensino Superior proporciona uma abordagem voltada às propriedades formais das funções e suas representações gráficas, algébricas e geométricas. Essa transição entre os níveis de ensino é fundamental para a construção de um entendimento mais completo e profundo da Trigonometria, pois permite que o estudante compreenda não apenas os procedimentos mecânicos, mas também o significado e a aplicabilidade das Funções Trigonométricas em contextos mais amplos.

Para mais, a análise dos livros também apontou a necessidade de um equilíbrio entre a técnica e a compreensão conceitual. Pois, a fragmentação do conteúdo, especialmente no que se refere à função tangente, compromete a aprendizagem dos estudantes e limita suas possibilidades de construir conexões significativas entre os diferentes conceitos matemáticos. Ao mesmo tempo, a abordagem do livro de Pré-Cálculo da Coleção Schaum mostrou a importância de um ensino que articule representações gráficas, algébricas e geométricas, favorecendo uma compreensão das Funções Trigonométricas.

Conclui-se que a Transposição Didática do saber científico ao saber à ser ensinado revela lacunas no processo transicional das Funções Trigonométricas. Sob essa perspectiva, podemos inferir que a Transposição Didática à ser realizada pelos professores, em relação aos livros didáticos analisados, sobre as Funções Trigonométricas precisam ser pensadas de forma articulada e progressiva, considerando não apenas as especificidades de cada nível de ensino, mas também as necessidades formativas dos estudantes.

Sendo assim, é crucial que os materiais didáticos adotados no Ensino Médio e no Ensino Superior ofereçam uma abordagem que permita aos alunos compreender o conteúdo em profundidade, reconhecendo a importância de cada conceito e sua aplicabilidade em diferentes contextos. Além disso, a continuidade formativa entre os níveis de ensino deve ser tratada como um processo que visa à construção de um conhecimento matemático capaz de preparar os estudantes para enfrentar os desafios da matemática em suas diversas dimensões. Destacamos, que esse estudo pretende ser ampliado com uma análise desses manuais didáticos a partir da Teoria Antropológica do Didático, para que possamos compreender quais praxeologias são privilegiadas pelos manuais didáticos analisados.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. 2. ed. e amp. Curitiba, PR: Ed. UFPR, 2022.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática**, 2º ano: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2016.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique, 1991.

CRESWELL, John Ward. **Projeto de Pesquisa**: Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações: ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FONSECA, Laerte Silva da; CAMPOS, Márcia Azevedo; OLIVEIRA, Eliane Santana de Souza. Delineando tarefas de funções trigonométricas por meio do mecanismo atencional top-down. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, n. 1, p. 01-22, 2021.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, SP: Atlas, 2002.

HENRY, Michel. **Didactique des mathématiques**: une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants. Besançon: Irem de Besançon, 1991.

LIMA, Eliene Barbosa; SILVA, Circe Mary Silva da; VALENTE, Wagner Rodrigues. O cálculo diferencial e integral: uma análise das tentativas de sua escolarização. *In*:

ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2022, Florianópolis. **Anais eletrônicos** [...] Florianópolis, 2022.

Disponível em: <https://www.seer.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/16594>. Acesso em: 30 out. 2025.

OLIVEIRA, Eliane Santana de Souza. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2020.

SAFIER, Fred. **Pré-cálculo**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

STEWART, James. **Cálculo**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.