EX HYPOTHÉSEŌS: O MÉTODO DOS GEÔMETRAS NA *REPÚBLICA* DE PLATÃO

DOUGLAS LISBOA DE JESUS[1]

RESUMO: Especula-se desde a Antiguidade se Platão teria feito alguma contribuição original à geometria ou se os relatos de Eudemo (via Proclo), Diógenes Laércio, Filodemo e Simplício eram exagerados. Dado o que se sabe, hoje, sobre a geometria grega no séc. IV, seria um equívoco enxergar em Platão algo mais do que alguém bem instruído para os padrões da época. Não obstante isso, esse artigo procura mostrar como Platão pode ter sido decisivo na análise e difusão do conhecimento geométrico. Platão se refere ao método dos geômetras no *Menon* (86d), no *Fédon* (100a) e na *República* (510). A passagem na *República* será considerada a mais importante em razão da comparação entre os métodos da geometria e o da dialética. Concernente ao método hipotético mencionado na *República*, ao contrário do que poderia sugerir uma primeira leitura, não há garantias de que Platão pensava ali nos primeiros princípios ao estilo de Euclides, menos ainda que suas hipóteses eram proposições. A prática matemática grega mostra que o mais comum era a inclusão apenas de definições. Discute-se também se a dialética poderia ser pensada como um tipo de fundamentação da matemática ou até mesmo uma antecipação do método axiomático.
PALAVRAS-CHAVE: Platão. *República*. Matemática. Método geométrico. Hipóteses.

ABSTRACT: There has been speculation since Antiquity whether Plato had made some original contribution to geometry or whether the reports of Eudemus (via Proclus), Diogenes Laertius, Philodemus and Simplicius were exaggerated. Given what is known today about Greek geometry in the IVth century b.C., it would be a mistake to see in Plato anything more than someone well educated by the standards of the time. Despite this, this article seeks to show how Plato may have been decisive in the analysis and dissemination of geometric knowledge. Plato refers to the method of the geometers in the *Meno* (86d), the *Phaedo* (100a), and the *Republic* (510). The passage in the *Republic* will be considered the most important due to the comparison between the methods of geometry and dialectics.Concerning the hypothetical method mentioned in the Republic, contrary to what a first reading might suggest, there is no guarantee that Plato was thinking about first principles in the style of Euclid, even less that his hypotheses were propositions. Greek mathematical practice shows that it was most common to include only definitions. It is also discussed whether dialectics could be thought of as a type of foundation for mathematics or even an anticipation of the axiomatic method.
KEYWORDS: Plato. *Republic*. Mathematics. Geometric method. Hypotheses.

[1] Professor de Filosofia pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB). Doutor em Filosofia pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). E-mail: douglas.lisboasj@gmail.com.

1. Introdução

O apreço de Platão pelas matemáticas dispensa apresentações. Abundam as analogias ao longo de seus diálogos. Contudo, qual haveria de ser o quinhão correspondente à sua contribuição para o desenvolvimento da matemática grega? No *Catálogo dos Geômetras*, fragmento atribuído a Eudemo de Rodes, ex-aluno de Aristóteles, é dito que Platão teria feito a matemática avançar enormemente, sobretudo a geometria. Uma alegação parecida encontra-se no *Academicorum philosophorum index Herculanensis*, onde seu autor, Filodemo (séc. I a.C.), diz o seguinte: “Naquele tempo viu-se grandes progressos nas matemáticas, com Platão servindo como diretor (ἀρχιτεκτονοῦντος), o qual oferecia problema[s] e os matemáticos os investigavam honestamente”. Diógenes Laércio, por sua vez, destaca que Platão entrou em contato com Teodoro de Cirene, Arquitas de Tarento (428 a.C - 347 a.C.), e Eudoxo de Cnido (407 - 357, a.C.); e depois, teria ensinado o método da análise geométrica a Leodamas de Thasos, embora não seja possível inferir daí qual poderia ter sido a extensão de tal intercâmbio intelectual.

Os excertos antigos, supondo-se, é claro, que estão corretos, não permitem atribuir a Platão a resolução dalgum problema geométrico ou a demonstração dalgum teorema. E é no mínimo problemático atribuir-lhe a invenção do método da análise geométrica, como foi observado pelo historiador Thomas L. Heath em *A History of Greek Mathematics* (1921, Vol. 1, pp. 291-294). Decerto esta não é a única maneira de se avaliar a contribuição da filosofia para o progresso do conhecimento. Pode-se olhar para os textos de Platão e encontrar neles indícios de uma reflexão de ordem conceitual sobre os princípios do conhecimento matemático que ajudam a explicar, em parte, o perfil teórico que viria a dominar a matemática ocidental. É isso que se deseja fazer aqui. Pretende-se discutir neste artigo o método hipotético ao qual Platão vincula as matemáticas na *República*. A segunda seção propõe-se a contextualizar a menção ao método hipotético dos geômetras no âmbito do debate sobre os primeiros princípios na Grécia clássica. A terceira seção compara a fala de Platão aos textos científicos de Euclides, onde se apontam alguns problemas em se identificar as hipóteses aos primeiros princípios. A quarta seção tenta saber se as hipóteses de Platão seriam definições ou proposições e como poderiam ser compatibilizadas com o texto de Euclides. A quinta seção traz algumas observações sobre o problema de tentar projetar o método axiomático sobre a relação da geometria e a dialética.

2. A importância do método hipotético

Na Analogia da linha dividida, iniciada em *República* 509d, Sócrates convida seu interlocutor, Glauco, a comparar, a partir de um diagrama, a maneira como se relacionam os segmentos correspondentes ao que é visível (ὁρατά), *i.e.*, àquilo que se mostra, que é manifesto, e se deixa apreender pela sensibilidade e diz respeito à experiência, e aquilo que é inteligível (νοντά), que, como o nome sugere, apreende-se mediante o uso dalguma faculdade da alma, a saber, o intelecto. Os segmentos da linha são divididos nas mesmas proporções que a linha original fora dividida. No segmento correspondente ao visível, a seção mais ao extremo é a das imagens (εἰκόνες): as sombras, os reflexos n'água e as que se formam em todos os corpos lisos e brilhantes; na outra seção, encontram-se os corpos físicos em geral e toda espécie de artefatos (καὶ τὸ σκευαστὸν ὅλον γένος). Em relação ao inteligível, que também se divide em duas seções, Sócrates afirma, na mesma passagem, o seguinte:

> Na parte anterior, a alma, servindo-se, como se fossem imagens, dos objetos que eram então imitados, é forçada a investigar a partir de hipóteses, sem poder caminhar para o princípio, mas para a conclusão; ao passo que, na outra parte, a que conduz ao princípio não-hipotético, parte da hipótese e, dispensando as imagens que havia no outro, faz caminho só com o auxílio das ideias.

A parte anterior à qual Sócrates se refere é onde encontram-se os ensinamentos (μαθήσῃ) relativos à arte do cálculo ou aritmética (λογισμοὺς), geometria plana, estereometria, *i.e.*, geometria sólida — as matemáticas, embora Platão as classifique assim —, astronomia e harmônica (Platão, *República*, VII, 522c-531c). Todos estes ensinamentos procederiam a partir de hipóteses (ἐξ ὑποθέσεων). Repara então, prossegue Sócrates, referindo-se a Glauco, que tanto na geometria quanto naquela arte de calcular são supostas (ὑποθέμενοι), de um lado, as figuras, três espécies de ângulos e muitas coisas parecidas, enquanto que, do outro, fala-se no ímpar e no par. E Sócrates acrescenta:

> Estas coisas dão-nas por conhecidas, e quando as fazem de hipóteses, não acham que ainda seja necessário prestar contas disto a si mesmos ou aos outros, uma vez que são evidentes para todos. E, partindo daí e analisando todas as fases e tirando as consequências, atingem o ponto cuja investigação se tinham abalançado (510c-d2).

Um dos sentidos possíveis de *hipothesis* seria o de um enunciado provisório num argumento. Isso é perfeitamente compreensível para um falante do português numa oração como "suponha-se isso". Esse raciocínio hipotético não era estranho à matemática grega. Pode-se pensar, portanto, que o método hipotético do geômetra seria a estratégia argumentativa usual de supor como verdadeira certa afirmação ou como resolvido certo problema para, então, estudar quais outras coisas se seguem daí. De uma perspectiva formal, isto poderia ser visto como a prova de uma fórmula $\varphi \longrightarrow \psi$: supõe-se o antecedente, apropriadamente chamado hipótese, para tentar chegar ao consequente. Entendida num contexto informal, como numa conversa ou num desses diálogos retratados por Platão, uma hipótese poderia ser elaborada por consenso, dependendo fundamentalmente da audiência. Para todos os efeitos, o raciocínio ainda seria o mesmo. O que muda — e é uma mudança relevante — é o fato de uma hipótese formulada num contexto informal geralmente ter um escopo de aceitação mais reduzido. Quando um falante ou debatedor levanta uma hipótese, não precisa ser algo universalmente sabido; é suficiente que seus interlocutores (independentes do número) a aceitem como verdadeira. Feita esta observação, é preciso saber se esta seria a única maneira de entender as hipóteses mencionadas por Platão.

Estudiosos da obra de Platão costumam catalogar a *República* entre os chamados diálogos intermediários, tendo esta sido escrita entre 380 e 370 a.C. Esta obra, segundo a mesma tradição de estudiosos, teria sido antecedida pelo *Fédon* e este, pelo *Menon*. E é precisamente nesta última onde se encontra a primeira menção ao método hipotético associado às matemáticas. No *Menon* 86d-87b o contexto no qual faz-se alusão ao método hipotético diz respeito à possibilidade ou não da virtude (ἀρετή) poder ser ensinada ou se, ao contrário, seria uma dádiva natural. Se é possível ser ensinada, porém, é preciso saber se pode ser ensinada segundo uma hipótese (Ver Cornford, 1932a, p. 40). E Sócrates esclarece, na mesma passagem:

> Por a partir de hipótese quero dizer o que os geômetras costumeiramente fazem ao examinarem uma questão posta para eles. Por exemplo, se uma certa área é capaz de ser inscrita como uma figura triangular num dado círculo, eles respondem: 'Ainda não posso dizer se isso é assim, mas penso, por assim dizer, que tenho uma hipótese útil para o problema, a saber, se esta área é tal que, quando aplicada como um retângulo a uma dada linha reta no círculo, é deficiente por uma figura similar à mesma figura aplicada, então penso resultar uma certa consequência; e, por outro lado, outra consequência se isso é impossível. Fazendo uma hipótese, estou disposto a dizer-te o que resulta a propósito de sua inscrição no círculo: se é impossível ou não'.

A passagem acima é inequívoca acerca do que Sócrates chamou de hipótese: trata-se de uma proposição. Convém notar que nesta passagem Platão restringiu o escopo semântico das hipóteses àquilo que se formula com vistas à resolução de um problema específico (ver Heath, History, 1921, Vol. I, pp. 297-303). Isso é compatível com outro relato de Eudemo de Rodes (preservado por Simplício), no qual Eudoxo aparece formulando hipóteses para explicar fenômenos astronômicos, ao passo que Platão teria exortado os seus seguidores a formular hipóteses concernentes ao mesmo tópico. Portanto, a conclusão parcial é: uma hipótese é uma proposição provisoriamente posta para a resolução dalgum problema.

No *Fédon* 100a o método hipotético não está a serviço do matemático, mas sim do filósofo, que hipotetiza (ὑποθέμενος) certas coisas, de maneira tal que o que concorda com o que foi hipotetizado é considerado verdadeiro, mas falso se não concorda. Sócrates observa na sequência que não há nada de novo no que acabou de falar, o que se poderia supor tratar-se duma menção ao método geométrico aludido no *Menon*. Tudo leva a crer que também aqui as hipótese seriam proposições, mas Sócrates então fala em *hipotetizar a existência* do belo em si (καλὸν αὐτὸ), e o bem em si (αὑτὸ καὶ ἀγαθὸν). Admitindo-se tais coisas, *i.e.*, admitindo-se que elas são, diz Sócrates, então seria possível demonstrar (ἐπιδείξειν) a imortalidade da alma. Platão ainda fala aqui das hipóteses no sentido de algo posto provisoriamente numa conversa, como mostra toda a sequência do diálogo; contudo, este "algo" não é (apenas) uma proposição: o foco da passagem são as entidades tornadas hipóteses, ou da qual falam as hipóteses.

Mas essa não é a única maneira de pensar uma hipótese. Uma hipótese também costuma ser um *princípio de conhecimento*, e este parece ser o entendimento majoritário dos intérpretes em relação à *República*, especialmente onde Sócrates diferencia a ciência da dialética (διαλέγεσθαι ἐπιστήμης) e as artes que tomam hipóteses por princípios (τῶν τεχνῶν καλουμένων, αἷς αἱ ὑποθέσεις ἀρχαὶ). De fato, nas *Definições* (415B) é dito que uma hipótese é um *princípio indemonstrável* ou o resumo dos principais pontos de um discurso. Por sua vez, ἀρκὴ (*arché*) é definido no mesmo texto como comando, estar no controle de tudo. A diferença entre a caracterização inicial e esta é a seguinte. Quando um geômetra formula uma hipótese no sentido de enunciado provisório, isso não quer dizer que esta não seja demonstrável e menos ainda que não seja objeto de contestação. Já uma hipótese "tomada por princípio" pretende ser aquele enunciado a partir do qual os teoremas da teoria se seguem, não sendo ela mesma demonstrada. De novo: nada disso deveria ser estranho para um falante contemporâneo e menos ainda para um matemático; a questão é que, em Platão, a falta de um texto matemático do séc. IV afasta qualquer tentativa de encontrar um denominador interpretativo comum.

É importante que se diga que a dificuldade em compreender o procedimento *ex hypothéseōs* no pensamento grego não consiste em reduzir a complexa experiência linguística de um povo a um punhado de citações, posto que toda experiência linguística carrega suas especificidades e complexidades que não se deixam apanhar com a mesma facilidade pressuposta aqui. Contudo, a ambivalência que se nota em Platão diz respeito a um termo técnico de relativa importância para a literatura científica grega do séc. IV. É esperado que o uso do termo seja regular. E a melhor evidência disso é a nota crítica com a qual Hipócrates de Cós abre o *Da antiga medicina*:

> Todos aqueles que se comprometeram a falar ou escrever sobre medicina, tendo estabelecido como uma hipótese para sua explicação o quente ou o frio ou o úmido ou o seco, ou qualquer outra coisa que querem, restringindo a causa primária das doenças e morte dos seres humanos e estabelecendo o mesmo ou duas coisas como a causa em todos os casos, claramente incorrem em erro em muito do que dizem.

Ora, Hipócrates claramente fala das hipóteses nesta passagem como significando coisas assumidas, tal como Platão na *República*. Ou seja: assim como o geômetra hipotetiza os tipos de ângulos, o médico hipotetiza coisas como o frio, o úmido, etc. Contudo, atine-se para a maneira como o parágrafo termina: "No que diz respeito a estas coisas [de que fala a arte médica], é necessário fazer uso de uma hipótese, se alguém se compromete a dizer qualquer coisa sobre elas - por exemplo, sobre as coisas no céu ou sob a terra". Não é difícil notar que Hipócrates fala, ao mesmo tempo, das coisas 1) supostas pela teoria e que 2) figuram no princípio dos raciocínios (Ver Taylor, 1967, pp. 195-196). É isso que parece acontecer com Platão; a questão é saber a que tipo de enunciado tais hipóteses correspondem na geometria.

Tudo isso considerado, é preciso levar em conta duas coisas. A primeira delas é que um princípio pode ser entendido de pelo menos três maneiras: 1) início ou origem de um raciocínio (ou demonstração); 2) enunciado que não precisa ser demonstrado, 3) enunciado que *não admite* demonstração, *i.e.*, é indemonstrável. O que é preciso compreender é que, do fato dum enunciado não precisar ser demonstrado não se segue que seja indemonstrável. Isso não quer dizer, todavia, que uma hipótese não possa reunir ambas as propriedades, ou até mesmo as três, como nas *Definições* supracitadas. Agora, se o que Platão entendia por hipótese reunia as três propriedades, então a próxima questão passa a ser: a passagem na *República* é uma *descrição* da matemática tal como era feita no séc. IV ou é uma *prescrição* (uma crítica) de como deveria ser feita ou poderia ser feita? Seja como for, o debate sobre o método hipotético não pode ser levado adiante sem que se considere alguns paradigmas matemáticos.

3. Filosofia da matemática e prática matemática

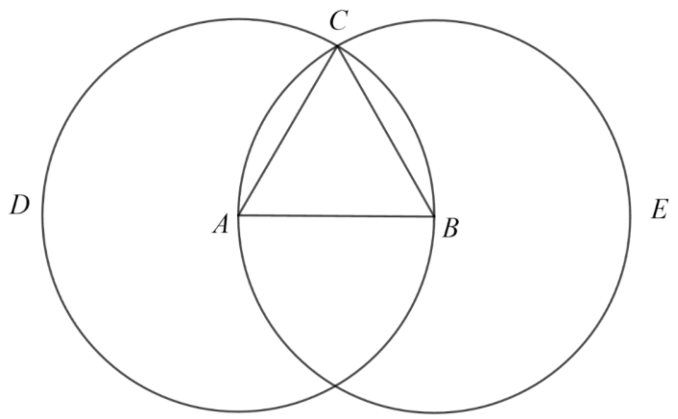
Pouca coisa é sabida em relação às matemáticas no séc. IV. Mesmo assim, especula-se que durante este século os gregos conseguiram elevar a geometria a um nível de desenvolvimento teórico jamais visto, uma vez que seria necessário o domínio de técnicas mais refinadas para simplesmente formular os problemas da trissecção do ângulo, da duplicação do cubo e da quadratura do círculo. Esses problemas eram conhecidos à época de Platão. Também é consenso que os maiores matemáticos do séc. IV eram filiados à Academia, e que o conhecimento produzido por eles — especialmente os de Teeteto e Eudoxo — foi reunido, no séc. III, por Euclides nos *Elementos*. Agora, uma coisa que não costuma ser problematizada é, precisamente, a organização do conhecimento matemático em torno dalguns primeiros princípios. Porque, ao contrário do que poderia parecer, dificilmente se diria que isto era algo comum.

Tomada em sua totalidade, a obra de Euclides contempla o projeto educacional preconizado na *República*. As matemáticas (geometria plana e sólida, aritmética) são examinadas nos *Elementos* e *Dados*; os *Fenômenos* tratam da astronomia; por fim, a *Seção canônica* expõe os rudimentos de uma teoria da harmônica. É apenas natural que se pense ser possível traçar o perfil da prática matemática à época de Platão a partir da teoria exposta por Euclides.

Euclides abre os *Elementos* com a explicitação de três tipos de primeiros princípios: as Definições (Ὅροι), os Postulados (Αἰτήματα), e as Noções comuns (Κοιναί Ἔνοιαι). Com exceção dos Livros VIII-IX e XII-XIII, os demais são prefaciados por uma lista de definições relativas aos entes matemáticos sob investigação, mas nenhum outro postulado ou noção comum é acrescentado. Supõe-se que Euclides tenha procedido assim, entre outras coisas, para acostumar a audiência com uma terminologia técnica, além de advertir ao desavisado, tal como fizera Sócrates (*República,* 510c), que a geometria toma a reta como largura sem espessura e não como um traçado físico. Como se verá abaixo, estes princípios reúnem as qualidades mencionadas na seção anterior: são a origem do argumento, não são demonstrados nem podem ser demonstrados.

Seguindo a exposição, por assim dizer, tradicional de Proclo, os enunciados euclidianos que se seguem dos primeiros princípios ou são a *resolução de problemas* (προβλημάτων ἀπεργασίαν) ou a *descoberta de teoremas* (θεωρημάτων εὕρεσιν). São problemas os enunciados cujo objetivo é *produzir*, *dividir*, *subtrair* ou *adicionar* seções de figuras, *trazer* às vistas ou, de um modo geral, *construir* “o que não existe”; exige-se também que uma figura *seja posta* num lugar, *aplicada a* outra, *inscrita na* ou *circunscrita por* outra, *seja ajustada* ou *seja posta* em contato com outra figura. “Problema”, é claro, tem um escopo semântico mais amplo, podendo vir a ser entendido como um corpo de instruções ou direções para a consecução dalgo, mesmo na matemática. Esclarece Proclo: “Mas seu uso especial nas matemáticas é para denotar alguma coisa proposta para construção teórica, visto que as construções realizadas aí são feitas em função da teoria” (Proclo, Comentário, 221). São teoremas os enunciados cujo propósito é *ver*, *identificar* e, de modo geral, *demonstrar* a existência ou não-existência de um atributo inerente aos objetos da geometria (Proclo, Comentário, 77.7; 201.3). Note-se, ademais, que os enunciados-problemas são frases imperativas que expressam tarefas matemáticas postas para a resolução a partir dos princípios e outros enunciados; os enunciados-teoremas são frases declarativas que expressam proposições demonstradas, se verdadeiras, a partir dos princípios e outros enunciados.

O primeiro enunciado dos *Elementos* é um problema: construir numa reta dada um triângulo equilátero. As provas de Euclides obedecem uma trama argumentativa peculiar. De acordo com Proclo, as provas euclidianas decompõem-se nas seguintes partes: enunciado (πρότασις), exposição (ἔκθεσις), especificação (διορισμός), construção (κατασκευή), prova linguística (ἀπόδειξις) e conclusão (συμπέρασμα). Eis a maneira como Euclides resolve o problema:



Enunciado (πρότασις)	Construir um triângulo equilátero sobre a reta limitada dada
Exposição (ἔκθεσις)	Seja *AB* a reta limitada dada.
Determinação (διορισμός)	É preciso, então, sobre a reta *AB*, construir um triângulo equilátero
Construção (κατασκευή)	Fique descrito, por um lado, com o centro *A* e, por outro lado, com distância *AB*, o círculo *BCD* [Postulado 3]. Fique descrito, de novo, por um lado, com o centro *B* e, por outro, com distância *BA*, o círculo *ACE* [Postulado 3]. Sejam traçadas, a partir de *C*, as retas *CA* e *CB* [Postulado 1]
Demonstração (ἀπόδειξις)	Logo, como *A* é o centro de *CDB*, as retas *AC* e *AB* são iguais [Definição I.15] Logo, como *B* é o centro de *CAE*, as retas *BC* e *BA* são iguais [Definição I.15] Logo, são iguais as retas *AC* e *BC* [Noção comum 1]

	Logo, *ABC* é um triângulo e é equilátero e foi construído sobre a reta limitada *AB*.
Conclusão (συμπέρασμα)	Portanto, sobre a reta limitada foi construído um triângulo equilátero; o que era preciso fazer.

Viu-se que os enunciados ora estão no modo indicativo (teoremas) ora no imperativo (problemas). A isso Proclo acrescenta, agora, que os enunciados contêm, embora isso não seja uma exigência lógica, o que é dado e o que é buscado. Por exemplo: em I.1 é dado um segmento retilíneo e sobre ele, *i.e.*, busca-se fazer aí, construir um triângulo equilátero. Mas um enunciado não poderia ser uma hipótese em nenhum sentido relevante, pois é precisamente o que se pretende resolver (no caso dos problemas) ou demonstrar (teoremas).

A exposição é uma paráfrase da primeira parte do enunciado, exceto pelo fato de Euclides "nomear" os objetos dados. E o tempo verbal continua a ser o imperativo. Por exemplo: "Seja dada a linha reta AB" (Ἔστω η δεδομένη πεπερασμένη ευθεία AB). Vale a pena notar que é na exibição que o texto e o diagrama começam a cooperar, uma vez que o objeto dado é introduzido textualmente e o diagrama, que o representa, passa a ser considerado pela audiência neste momento. A este respeito John Burnet (1928, p. 163) havia sugerido que o uso euclidiano de dado (*dedomena*) poderia ser entendido como hipótese no sentido vulgar (i.e., aquilo que é posto). Algo parecido ocorre a Knorr (1981, pp. 166-167), que tenta interpretar o ser dado na exposição de acordo com as hipóteses aristotélicas. Agora, o problema destas propostas, especialmente a ue vê nesta parte das demonstrações euclidianas a ocorrência das hipóteses platônicas, é que não é levado em conta que um objeto é dado na *ekthesis* sob condições bem específicas delimitadas nos *Dados*; ademais, casos há em que sequer se faz referência às coisas dadas.

Com relação à delimitação, responsável por determinar ou examinar se uma investigação possui solução ou não, Proclo afirma, mais uma vez citando Eudemo de Rodes como fonte, que o descobridor da delimitação foi um tal Leon, do qual nada se sabe. É, contudo, Filodemo quem declara, na passagem já mencionada, que foi durante a direção de Platão à frente da Academia que se fez avanços importantes relativamente à análise, aos lemas e à delimitação. Analogamente à exposição, a delimitação (ou especificação) é também uma paráfrase do enunciado, mas de sua parte final. Quando o enunciado é um teorema, o tempo verbal é o indicativo e a frase como um todo é declarativa. Atine-se para a maneira como Euclides inicia I.6:

ἔκθεσις: Seja o triângulo isósceles *ABC*, tendo o lado AB igual ao lado AC, e fiquem prolongadas ainda mais as linhas retas BD, CE sobre uma reta com AB, AC.
διορισμός: *Digo que*, por um lado, o ângulo sob ABC é igual ao sob ACB e, por outro lado, o sob CBD igual ao sob BCE.
λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ;

Quando, porém, o enunciado é um problema, o modo verbal é o infinitivo e o tempo verbal da frase, o imperativo. Veja-se como se inicia I.1:

ἔκθεσις: Seja a reta limitada dada AB.
διορισμός: É preciso, então, sobre a reta AB *construir* um triângulo equilátero.
Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Tomadas em conjunto, a exposição e a delimitação dão um quadro único do que Platão chamou de hipótese geométrica. Mas, antes de averiguar se esta leitura é compatível com a passagem na *República*, convém analisar algumas propostas na literatura especializada.

4. Afinal, o que são hipóteses?

De acordo com Francis Cornford (1932a, p. 41) as hipóteses matemáticas, em Platão, seriam enunciados de conteúdo proposicional de cunho existencial. Cornford argumenta que as hipóteses na *República*, ao contrários das mencionadas no *Mênon*, seriam de fato princípios indemonstráveis (ou “absolutos”, como ele prefere) no âmbito de uma disciplina, equivalentes, portanto, aos primeiros princípios de conhecimento analisados por Aristóteles nos *Segundos analíticos* (Cornford, 1932a, p. 41). Veja-se também C. C. W. Taylor, 1967, p. 198, n. 8). Sendo assim, dever-se-ia olhar para as definições, postulados e noções comuns a fim de encontrar as hipóteses neste sentido especial. Cornford retira desta lista as definições sob a alegação de que estas já prestam conta (*logon didonai*) de seus objetos. O autor se refere ao hábito euclidiano de definir o máximo de coisas possíveis. Euclides não supõe a unidade, tampouco a toma como algo claro; define-a como *aquilo em função do que cada coisa é chamada uma*. Ademais, se os *Segundos analíticos* servem ao propósito de esclarecer o texto de Platão, então uma definição não poderia ser uma hipótese porque também aduz à existência do objeto definido. Por exemplo: a definição de *unidade* acima não diz nada ao nível da gramática ordinária sobre a existência do ente matemático em questão.

Restam, portanto, os postulados e as noções comuns. Pode-se excluir da lista estas últimas porque, de novo, se a referência é Aristóteles, então as noções comuns funcionariam como axiomas e, portanto, seriam válidas indiscriminadamente para todas as ciências demonstrativas. Ademais, é possível argumentar, como aliás, fez Beppo Levi (2001), que as noções comuns de Euclides não tratam de um ente matemático, mas antes estabelecem propriedades lógicas concernentes à relação de igualdade. Cornford argumenta que Platão teria em mente o sentido original de ὑποτίθεσθαι no contexto do que é suposto por um professor e posto (θέσις) para o aluno (*loc cit*). Ora, essa caracterização contempla tanto as definições quanto os axiomas (ou noções comuns).

A dificuldade imediata que resulta da identificação dos postulados a proposições existenciais é que Euclides *não formula seus postulados assim*. Os postulados 1-3 sequer são proposições. Uma maneira de contornar a situação seria separar a forma gramatical ordinária na qual o geômetra se manifesta — não obstante os níveis de sofisticação e precisão exigidos — e a sua forma lógica profunda. Aplicando-se, pois, esta análise aos *Elementos,* ver-se-á que seus postulados têm a seguinte forma lógica:

Formulação euclidiana	**Expressão lógica**
1. Traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.	1. Existe e é único o segmento que une dois pontos quaisquer.
2. Prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta.	2. Existe e é única a prolongação retilínea de um segmento, a partir de qualquer um dos seus extremos.
3. Descrever um círculo com todo centro e distância.	3. Existe e é única a circunferência em um dado plano, com centro dado e com uma distância dada no plano.

Em *República* 527a-b Platão bota na boca de Sócrates o comentário jocoso sobre as "falas ridículas e forçadas" dos geômetras (λέγουσι μέν που μάλα γελοίως τε καὶ ἀναγκαίως) que, para efeitos práticos (πράττοντές τε καὶπράξεως ἕνεκα), falam em fazer quadraturas, prolongações, adições e operações (λέγουσιν τετραγωνίζειν τε καὶπαρατείνειν καὶ προστιθέναι), o que seria incompatível com o espírito da geometria. Supondo-se que Platão não fez uso da ironia, sua crítica, possivelmente direcionada a Arquitas de Terento, pode ser entendida em três níveis interligados. O primeiro nível é o ontológico, sendo o mais óbvio na passagem. O objeto da geometria não está imerso no mundo contingente da geração e corrupção, de modo que nada nesta disciplina pode passar do não-ser ao ser por um ato criativo do geômetra. O segundo nível é o epistemológico e se deduz do primeiro. Como o objeto da geometria existe independentemente do que faz ou deixa de fazer o geômetra, dever-se-ia atentar para o fato de que são as ideias eternas e imutáveis que visa o conhecimento matemático, e não os *meios* pelos quais alguém se torna consciente delas. O último nível, finalmente, será chamado de lógico-linguístico. Aqui reside o sentido da primeira linha da passagem: se os objetos matemáticos não são "trazidos à existência" mediante as construções operadas pelo geômetra e não são estas os objetos de conhecimento, então a linguagem normativa como a de Euclides "esconde" a verdadeira realidade da geometria.

A situação até agora é a seguinte. A interpretação oferecida por Cornford é: as hipóteses são princípios indemonstráveis, tal como Aristóteles teorizou e Euclides executou. Resta saber se este quadro conceitual pretendia ser uma descrição ou prescrição. Se de fato Platão estava descrevendo a matemática de sua época e as hipóteses às quais se reporta eram pensadas em sentido absoluto, isso significa que, ao menos desde o séc. IV, haveria discussões sobre a organização do conhecimento geométrico ao estilo euclidiano (ou supostamente euclidiano). Mas, se este fosse o caso, por que Eudemo (apud Proclo) ou Proclo não dão notícias de que isso aconteceu? Supõe-se que um ex-aluno de Aristóteles não perderia a oportunidade de mostrar como seu mentor teria contribuído a uma discussão tão importante; e Proclo não teria razão alguma para omitir as palavras de uma fonte tão relevante, mas, ao contrário, se lhe viesse informações deste tipo as apresentaria de imediato. De fato, Cornford conjectura que até o séc. IV a geometria se limitava a alguns teoremas, com provas alternativas e baseadas em hipóteses diferentes; ninguém havia tentado ainda encaixar os teoremas numa cadeia dedutiva, tampouco fora feito o esforço de reduzir o número de princípios, seja por meio dalgum critério de admissibilidade ou por pura praticidade.

> Platão viu que hipóteses como as que ele menciona [i.e., as das matemáticas, da astronomia e as da harmônica] não deveriam ser apresentadas como "evidentes para todos" ou tomadas como princípios dos quais nenhuma explicação poderia ser corretamente exigida. Tais exigências deveriam ser rastreadas até um princípio superior. Deveríamos então chegar às hipóteses genuínas da própria ciência. Então toda a estrutura poderia ser deduzida em uma única cadeia de raciocínio, e as lacunas entre os teoremas dispersos seriam preenchidas (Cornford, 1932a, p. 42).

R. M. Hare argumenta, sob uma perspectiva, por assim dizer, mais filológica, que quando Platão fala que o geômetra não sente a necessidade de prestar contas (*logon didonai*) de suas hipóteses, o que estaria em jogo seria as definições. Ou seja: prestar conta de algo seria o equivalente a dar uma definição, dizer o que a coisa é. Hare conclui a partir daí que as hipóteses de Platão não poderiam expressar proposições. Estas definições, argumenta Hare, Platão tomaria como definições reais, *i.e.*, dão o que seja a coisa enquanto a coisa é (Hare, 1965, pp. 29-30). Por exemplo: ao definir o ponto, Euclides estaria assumindo que o ponto *é*. Pode-se pensar que as definições eram as hipóteses pelas seguintes razões.

Aristóteles menciona na *Metafísica* que os pitagóricos teriam sido os primeiros a falar *do que é* e a propor definições, embora imperfeitas, segundo o autor. É também por Aristóteles que se tem notícias que Arquitas de Tarento, contemporâneo de Platão, dedicou-se ao ofício de oferecer definições (Aristóteles, *Metafísica*, VIII.3, 1043a21). Embora a passagem em questão não trate especificamente das definições matemáticas, não seria exagero supor que Platão poderia ter herdado destas duas fontes a prática de exigir e dar definições; e o fato de a tradição pitagórica, da qual Arquitas fazia parte, ter alcançado o estrelato pelas supostas contribuições matemáticas seria o bastante para ligar esta prática ao raciocínio matemático cultivado na Academia. De acordo com Diógenes Laércio — seguindo, porém, os relatos de um Favorinos —, Pitágoras em pessoa teria usado definições por todos os assuntos matemáticos (ὅροις χρήσασθαι διὰ τῆς μαθηματικῆς ὕλης), e destas teriam se servido Sócrates e seus seguidores (Platão sendo o mais famoso, embora omitido por Diógenes); e depois destes, Aristóteles e os estóicos.

Tem-se notícias das definições pitagóricas em Nicômaco, que viveu aproximadamente entre 60 e 120 d.C. Na *Introdução à aritmética*, I.7, Nicômaco compara a definição ordinária e a pitagórica concernentes às definições de número e suas espécies, a saber: o par e o ímpar. Como o leitor há de lembrar, estes são os mesmos entes que Platão dizia ser hipotetizados pelos matemáticos. Contudo, se isso é correto, Platão faltou com a verdade ao dizer que os matemáticos não prestavam conta destes entes; a menos, é claro, que a hipótese do matemático seja a de que o par e o ímpar são, sem se preocuparem com o que isso significa.

Os entes que Platão diz serem hipotetizados pelos matemáticos — ângulos, números, etc. — costumam aparecer nas definições. Veja-se, por exemplo, as definições de Euclides. Poder-se-ia pensar, ademais, que as definições já encerram algum tipo de compromisso ontológico, como sugeriu Hare, em relação aos entes ali mencionados; esta poderia ser, aliás, a razão de Euclides não oferecer novos princípios concernentes à teoria das proporções e à aritmética: tanto a existência das magnitudes quanto a dos números é assegurada nas definições. É sabido também que o próprio Platão demonstrou ter entrado em contato com algumas definições matemáticas da época e as criticou. Sabe-se, por exemplo, que a definição euclidiana de círculo (Def. I.15) já figurava em dois diálogos de Platão: *Parmênides 137e* e *Timeu* (33b, 34b2). Em ambos os casos define-se o redondo como a figura de cujas extremidades (i.e., a circunferência) os pontos distam igualmente do centro (στρογγύλον γέ πού ἐστι τοῦτο οὗ ἂν τὰ ἔσχατα πανταχῇ ἀπὸ τοῦ μέσου ἴσον ἀπέχῃ). Ainda em *Parmênides 137e* o leitor encontra uma definição de reta como aquilo cujo meio encontra-se na linha mais próxima entre dois extremos (καὶ μὴν εὐθύ γε, οὗ ἂν τὸ μέσον ἀμφοῖν τοῖν ἐσχάτοιν ἐπίπροσθεν ᾖ).

No *Menon* 75a-76a é possível encontrar algumas pistas a favor da interpretação sob análise. Sócrates começa arguindo se o protagonista poderia dizer o que é uma figura (σχῆμα). Após declinar da tarefa, Menon passa a missão para Sócrates que então faz uma primeira tentativa. “Mas isto é tolice”, replica Menon (75c2). Segue-se então a segunda tentativa: figura é o limite do sólido (στερεοῦ πέρας σχῆμα εἶναι). Este hábito de explicitar as definições no início dos raciocínios aparece em *Teeteto*, 147c7-148b2. Eis uma sinopse. Teeteto havia sido censurado por Sócrates ao ter respondido à pergunta “o que é o saber?” enumerando os diversos tipos de saberes. Ciente de que não era isso, Teeteto volta-se para o que fazia Teodoro, que, como ele, também era matemático. Teeteto se apercebe, então, que a prática matemática de reunir uma infinidade de potências sob um único nome seria o que ele deveria fazer no caso presente. O fundamental para a presente discussão é o que Teeteto faz a seguir. Os números são divididos em dois grupos: todo aquele que é o produto de dois números iguais é comparado a um quadrado e é chamado, por isso, número quadrado ou equilátero. Por exemplo: 4 é um número quadrado pois resulta da multiplicação de dois números iguais. Quanto aos demais, os que não podem resultar da multiplicação de iguais, dá-se o nome de números oblongos. Depois desta aclaração inicial, Teeteto então afirma que qualquer desenho que produza um quadrado formado por um número equilátero é definido como um comprimento; e todo aquele que produza um oblongo é definido como potência, pois não são comensuráveis com os números quadrados em comprimento, mas só com as figuras planas.

A diferença fundamental do *Menon* e do *Teeteto* em relação à *República* é que nos dois primeiros Sócrates tentou incorporar ao seu raciocínio algo do ofício do geômetra, ao passo que no último ele se limitou a mencionar como procedem na geometria. Logo, quando Platão faz com que Sócrates e Menon discutam a definição de figura, não se trataria apenas dum exercício útil à reflexão filosófica sobre a moral, como também um procedimento tipicamente matemático. E o mesmo se poderia dizer em relação ao *Teeteto*. Mas, o *Menon* e o *Teeteto* se diferenciam em um aspecto importante. No primeiro diálogo, Platão faz com que os personagens principais examinem se as definições dadas são adequadas, coisa que não se vê no *Teeteto*. E é Sócrates quem é levado a reconhecer a importância de um olhar mais atento às definições: “Talvez a maneira mais dialética não seja só responder a verdade, como também por meio de *coisas que aquele que é interrogada admita que sabe*”. E quais são tais coisas, neste contexto? Precisamente aquilo que permitiria a Sócrates chegar a uma definição de figura:

os termos “limite” e “corpo”. Porém, quando Teeteto define os números quadrado e oblongo, ele não se volta a tais definições para saber se são apropriadas, e tudo que recebe de Sócrates é a anuência. É que, agora, tem-se um matemático que fala e raciocina como um matemático. A diferença é sutil, mas suficiente para ser considerada paralelamente à *República*: quando o matemático procede por hipóteses, ele faz como Teeteto: enuncia algumas definições e, a partir de então, tenta ver o que resulta daí.

Há ainda uma última consideração a ser feita. A tese de Hare foi contestada por C. C. W. Taylor, o qual considerou que as hipóteses platônicas poderiam ser *também* proposições, como havia argumentado Cornford (Taylor, 1967, p. 195). Taylor chama atenção para o fato de existir indícios de que os matemáticos discutiam suas definições bem antes da época de Platão, como se viu até o momento. Isso mostraria então, conclui Taylor, que Hare se equivocou ao tomar *logon didonai* como sinal de que os matemáticos, segundo Platão, não apresentavam ou examinavam definições. Tudo isso é compatível com o que se viu até agora. O que interessa discutir é a nova interpretação de Taylor para *logon didonai*. Segundo ele, o sentido de *logon didonai* só poderia ser o de dar uma demonstração; logo, quando Platão fala que o geômetra não presta contas de suas hipóteses, isso quer dizer que ele não prova o que foi hipotetizado (Taylor, 1967, p. 197). Poder-se-ia aceitar essa interpretação sob a condição de que, para Platão, o geômetra não poderia demonstrar aquilo que assume como hipótese, pois, se porventura tentasse, seu raciocínio seria circular ou resultaria numa regressão ao infinito, como argumentou Aristóteles. A conclusão de Taylor, porém, segue outro caminho. Segundo ele, a crítica de Platão seria ao fato do geômetra não provar algumas proposições ou definições (Taylor, 1967, p. 199). Mas não faz sentido algum pedir do geômetra tais provas. A conclusão é incompatível no sentido de ignorar que o matemático não deve (e não pode) provar tudo. E isso deve ter ocorrido a Platão, pois este acrescenta, como concessão, que os matemáticos são *forçados* a proceder de tal maneira. Isto é, os matemáticos são forçados a fazerem uso das hipóteses e das figuras sensíveis porque não poderiam proceder de outro modo; o fato de não prestarem conta de suas hipóteses — independente da análise filológica — não deveria ser visto, aqui, como uma objeção, mas como uma constatação.

Todavia, parece haver uma alternativa que poderia fazer justiça aos autores até aqui analisados. Se Platão via nas hipóteses o que Aristóteles chamaria de primeiros princípios de conhecimento — independente de a sua lista contemplar as definições, hipóteses e axiomas comuns —, nada obsta que tenha considerado *qualquer* tipo de enunciado com o qual o matemático inicia seu raciocínio como hipotético. De fato, lê-se em Proclo que, em relação aos primeiros princípios discutidos por Aristóteles, muitas vezes todos eles eram chamados hipóteses, do mesmo modo que os estóicos chamavam todas as proposições de axiomas. Se este relato é verídico, resta concluir que, até pelo menos o séc. III, quando se compôs os *Elementos*, não havia consenso sobre qual nomenclatura a ser usada em relação aos primeiros princípios, e talvez menos ainda em relação às diferenças específicas entre eles. Mais ainda: poderia explicar o porquê de Euclides não fazer menção às hipóteses. É que ele poderia considerar que as definições, postulados e noções comuns seriam espécies de hipóteses. Em relação aos axiomas, a terminologia escolhida poderia se explicar pelo abuso dos estóicos, como relata Proclo. A prática matemática do séc. IV, dado o que agora se sabe, dava uma ênfase maior às definições, e é bem provável que Platão as tinha em primeiro plano quando falava em hipóteses; mas a menção feita por Aristóteles aos axiomas revela que já à sua época era comum a discussão sobre a necessidade ou não de se acrescentar novos tipos de princípios, o que poderia ter contado com a anuência de Platão, que menciona ao menos um princípio que seria depois incorporado (ou interpolado) aos *Elementos*.

5. Dialética e axiomatização

Até o momento se discutiu a maneira como Platão poderia ter de fato ajudado a promover o desenvolvimento das matemáticas no séc. IV. Viu-se também alguns caminhos alternativos que levariam até as reflexões sobre o método hipotético e os princípios de Euclies. Sobre este particular, importa acrescentar algumas observações sobre a relação entre a dialética e as matemáticas, ainda sob a analogia da linha dividida, como forma de introduzir algumas reflexões sobre a suposta contribuição grega à axiomatização das ciências exatas.

A última seção do segmento correspondente ao inteligível só se alcança mediante o poder da dialética (τοῦ διαλέγεσθαι δυνάμει). Aqui, ao contrário do que se passa na geometria e outras artes semelhantes, as hipóteses não são princípios a partir dos quais se *descende* às conclusões; são hipóteses genuínas (τῷ ὄντι ὑποθέσεις), *i.e.*, são provisoriamente assumidas pelo dialético, e *ascendem*, como que através duma escada, em direção a um princípio não-hipotético de tudo (τοῦ ἀνυποθέτου ἐπὶ τὴν τοῦ παντὸς ἀρχὴν), e daí então para as conclusões. Trata-se, portanto, dum movimento de subida (ao princípio) e descida (à conclusão). Ademais, o dialético, diferentemente do geômetra, não faz uso de figuras visíveis ou quaisquer outros auxílios sensíveis. Salta de ideia em ideia e chega, ao final, numa ideia. Agora, apesar do caminho da dialética dispensar o recurso às figuras, Adam argumenta que as hipóteses aqui são generalizações feitas a partir da sensibilidade. Diz ele: “As hipóteses do dialético podem ser, e geralmente são, generalizações a partir da αἰσθητὰ, mas generalizações, consideradas em si, são inteiramente νοητόν (ver *The Republic of Plato*, vol 2, 1903, p. 70).

Embora se possa dizer que o cerne da analogia da linha dividida tenha sido separar o método dos geômetras do da dialética, Platão mostra-se elusivo sobre as hipóteses: o dialético usa as mesmas hipóteses do geômetra ou formula outras? Se se trata da mesma hipótese, mas só o dialético a discute, então faz sentido — com alguma dose de artificialidade — que se pense numa espécie de subordinação da geometria em relação à dialética. Se são hipóteses diferentes, como parece sugerir Adam, o caminho do geômetra e do dialético não se cruza com naturalidade. Poderia ocorrer também do dialético tanto usar as hipóteses do geômetra como algumas outras.

Uma maneira de se pensar as coisas, segundo Julia Annas, seria na oposição entre a visão "dogmática" do geômetra e a visão, por assim dizer, "crítica" proporcionada pela dialética. O dogmatismo ao qual Annas se refere diz respeito ao fato do geômetra não discutir as hipóteses que toma por princípio. Sendo assim, diz Annas, recuperando uma metáfora de Platão, o geômetra pode apenas sonhar com a essência das coisas; ele, o geômetra, aceita "passivamente" a natureza e escopo de sua disciplina tal como se lhe aparece, e não levanta questão alguma que porventura revelaria sua "verdadeira natureza" (Annas, 1981, pp. 278-282).

Mas não é certo que o geômetra toma as hipóteses dogmaticamente, não as discutindo jamais. E a razão parece bem simples: um matemático pode, e por vezes o faz, refletir sobre os méritos de um princípio em relação a outro, se pode ser demonstrado, etc. É precisamente esse tipo de coisa que se pode antever em Arquimedes, Nicômaco ou Papo. O que não se quer dizer é que seja uma questão matemática (Veja-se Mueller, 1969, p. 294; Karasmanis, 1989, pp. 126-127). Por exemplo: quando um geômetra é arguido sobre a possibilidade de inscrever uma determinada figura numa outra dada, ele saberá responder à questão afirmativa ou negativamente conquanto possa antever o uso de técnicas puramente matemáticas. Mas a pergunta sobre os princípios que admite é de outra ordem.

As discussões sobre os fundamentos da matemática no séc. XX acabariam por exercer uma influência substancial na compreensão da história e desenvolvimento daquela ciência. No caso dos *Elementos*, isso é evidenciado pela sistemática objeção às ocasiões em que Euclides usa o diagrama; tais "lacunas" só poderiam ser corrigidas pela introdução de novos princípios, não obstante isso não tenha sido um problema até então. Esse olhar "axiomatizante" parece ter chegado a Platão também. Alguns intérpretes de Platão querem ver na *República* uma antecipação do método axiomático que, supostamente, teria sido executado por Euclides. Vê-se isso em John Burnet, que projeta em Platão a tese de que as disciplinas especiais (as matemáticas, a astronomia e a harmônica) deveriam ser reduzidas a uma única disciplina de ordem superior: a dialética. Seria, pois, nesta subida que se faria a "destruição das hipóteses" das disciplinas especiais (Burnet, 1928, p. 229). Karasmanis é de uma opinião parecida. Ele conjectura, com efeito, que o conhecimento matemático (leia-se geometria) no séc. IV já começava a se desenvolver axiomaticamente, razão pela qual haveria uma mudança na concepção do método hipotético entre o *Menon* e a *República* (Karasmanis, 1987, pp. 211-213). Se esta mudança de fato existiu, não interessa considerar no momento. O que importa é considerar qual poderia ter sido o papel de Platão na axiomatização da matemática. Karasmanis tenta encontrar no currículo educacional da Academia indícios de que, para Platão, os princípios matemáticos (as hipóteses) seriam redutíveis a alguns poucos e primeiros, de modo que as ciências da *dianoia* compartilhariam seus teoremas e conceitos mais básicos (Karasmanis, 1989, p. 127; Ver Karasmanis, 987, pp. 245-252; cap. VII, §1). Supõe-se, portanto, que Platão tenha antecipado de uma só tacada a incapacidade de a geometria ir além de seus princípios, não obstante começasse a servir como referência para outras disciplinas; veja-se, por exemplo, o que os afiliados a Platão começavam a fazer na estereometria (Teeteto), astronomia (Eudoxo) e harmonia (Arquitas). Mas só uma ciência de ordem superior, *i.e.*, a dialética, poderia coordenar tudo isso num "sistema" (Karasmanis, 1987, p. 303).

Mas, o que deveria contar como uma axiomatização? Se se compreende que para axiomatizar uma disciplina seja necessário apenas explicitar seus primeiros princípios e dar às provas uma estrutura dedutiva, então é relativamente fácil ver em Platão indícios de um método axiomático a ser executado por Euclides (ver Karasmanis, 1989, n. 7). O primeiro problema com esta conjectura, como lembrou Knorr, é que não se vê preocupações deste tipo nos textos matemáticos pré-euclidianos que sobreviveram em fragmentos até os dias atuais (Knorr, 1981, p. 150). De fato, observa Knorr, o estilo de Hipócrates de Quios aproximá-lo-ia de Arquimedes, não de Euclides. Quer isso dizer que os textos de Hipócrates expõem uma pessoa preocupada em examinar e solucionar uma série de problemas matemáticos postos na agenda de sua época; alguns teoremas básicos seriam enunciados no início da obra, e alguns resultados assumidos no decorrer do raciocínio. Isso não quer dizer que o autor ignorasse que uma demonstração deveria ser, no mínimo, uma sequência ordenada de passos, alguns dos quais a partir do que já era conhecido; o problema é que isso não é o mesmo que uma organização axiomática do saber matemático (Knorr, 1981, p. 151). No melhor dos cenários, os termos "axiomatização" e "sistema axiomático" (anacrônicos como são) poderiam ser usados como uma analogia. Isto é, tal como Hilbert viria a fazer em fins do séc. XIX, Euclides havia feito no séc. III a.C.

A maneira como Arquimedes procede serve ao propósito de sublinhar algumas dificuldades em se projetar sobre a Antiguidade um debate linear relativamente aos princípios matemáticos. Em alguns casos, Arquimedes pressupõe resultados previamente demonstrados por elementaristas como Euclides; em outros, como no *Da Esfera e cilindro* e no *Do equilíbrio dos planos*, os princípios enunciados não são compatíveis com os de Euclides, nem na terminologia (ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα), tampouco na gramática. Além disso, Arquimedes deixa claro que estes princípios são introduzidos para as demonstrações *naqueles* tratados. Neste sentido, tem-se em Arquimedes, como já se adiantou na menção a Hipócrates de Quios, o perfil mais próximo de um pesquisador de matemática em ação: alguém que se importaria muito mais com a resolução de problemas a partir do que já se sabia, como, aliás, o Teeteto retratado por Platão. Poder-se-ia concluir, seguindo Knorr, que as preocupações de alguém como Arquimedes estariam menos na fundamentação do conhecimento, algo que serviria melhor aos interesses de Euclides, e mais na comunicação de novos resultados aos seus pares (Knorr, 1981, pp.174-175). Sendo assim, não seria difícil pensar que as exigências filosóficas de explicitação de princípios e correção formal poderiam ser vistas mais como abuso por parte de quem não compreende qual seria o cerne da matemática. Talvez essa tenha sido a razão para Arquimedes lamenter (1880-1881), no prefácio epistolar ao *Da esfera e cilindro*, a morte de Conon, uma das poucas mentes que poderiam entender o que vai exposto na obra.

Isso implicaria numa concepção an-arquista da matemática? Não necessariamente. Ainda restaria o trabalho de reestruturar e reconstruir todo esse saber, de modo a mostrar a partir de quais princípios poder-se-ia demonstrar as proposições descobertas por Arquimedes. A ideia de que a matemática procede a partir de hipóteses pode ser lida como uma construção do filósofo, ou como uma possibilidade: o matemático não procede assim, *mas é possível* organizar seu conhecimento de tal forma; ainda assim, as hipóteses ali postas servem como princípio apenas para aquela ciência.

A relação entre a dialética e as disciplinas da *dianoia* não precisaria ser lida sob um crivo fundacionalista. Pode-se pensar, a partir do que se viu no *Menon*, que a filosofia poderia ter um papel positivo ao colocar à disposição do matemático todo seu arsenal conceitual, onde mais importante do que dizer como o matemático deveria proceder seria 1) entender como este obtém conhecimento; 2) solicitar esclarecimentos de termos e procedimentos, e discutir alternativas, sempre que oportuno (Ver Annas, 1981 p. 287); 3) tentar coordenar todo esse conhecimento numa teoria unificadora. Agora, todo esse esforço de ver em Platão estágios iniciais de uma concepção axiomatizante (ou axiomatizadora) da geometria acaba ofuscando aquilo que o próprio autor reivindicava como a nobre tarefa do filósofo: educar. É com surpresa que se constata que nenhum autor até aqui discutido tenha feito o esforço de investigar as possíveis conexões entre as disciplinas da *dianoia* e a dialética sob a égide da concepção platônica de *paidéia*. Não se considera aqui, porém, que seja possível tratar deste tema em tão pouco espaço; ainda assim, é forçoso registrar, agora que se falou no assunto, a advertência feita por Werner Jaeger, segundo o qual

> (...) nunca devemos perder de vista que o que se desdobra perante nossos olhos nas obras literárias de Platão é apenas a fachada do edifício científico e das atividades docentes da Academia, cuja estrutura interna ele esboça. Os preceitos da República sobre o ensino das matemáticas não fazem senão refletir a posição que dentro da Academia esta ciência ocupava nos planos de formação filosófica. Sob este ponto de vista, Platão não estabelece uma distinção nítida entre investigação e educação.

6. Conclusão

Platão aborda o método hipotético em diferentes diálogos: *Menon* (86d), *Fédon* (100a) e na *República* (510), além de uma breve menção no *Crátilo* (436c-d). Na *República*, alguns problemas relacionados ao método hipotético foram identificados. Apesar de uma interpretação inicial sugerir que Platão tratava de primeiros princípios nos moldes de Euclides, essa leitura não é garantida, tampouco é seguro afirmar que suas hipóteses consistiam em proposições. A prática matemática grega, de fato, geralmente se limitava à inclusão de definições, sem avançar para um sistema formalizado como o axiomático.

Além disso, discutiu-se se a dialética poderia ser compreendida como uma base para a matemática ou mesmo uma antecipação do método axiomático. No entanto, essa interpretação enfrenta dificuldades quando confrontada com a prática matemática da antiguidade. Um caminho alternativo seria entender a relação entre a dialética e a matemática no contexto da *paidéia* platônica, ou seja, como parte de sua visão educativa e formativa. Essa abordagem pode oferecer uma perspectiva mais coerente sobre como Platão concebia a conexão entre essas disciplinas.

Os registros antigos, desde que estejam corretos, não permitem concluir que Platão tenha resolvido problemas geométricos ou demonstrado teoremas. Contudo, a contribuição da filosofia ao avanço do conhecimento não se limita a esses critérios. Nos textos de Platão, é possível identificar reflexões conceituais sobre os fundamentos do conhecimento matemático que ajudam a compreender o perfil teórico que marcaria a matemática ocidental. Tal foi o objetivo deste artigo. Para tanto, discutiu-se o método hipotético dos geômetras no contexto do debate sobre os primeiros princípios na Grécia clássica. Comparou-se, ademais, as ideias de Platão aos textos científicos de Euclides, evidenciando dificuldades em vincular as hipóteses aos primeiros princípios. Investigou-se também se as hipóteses de Platão seriam definições ou proposições e como poderiam dialogar com o trabalho de Euclides. Por fim, foi abordado o desafio de projetar o método axiomático sobre a relação entre geometria e dialética, oferecendo reflexões sobre esse tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANNAS, J. *An Introduction to Plato's Republic*. Oxford: Clarendon Press, 1981.

ARISTÓTELES. *Metaphysics*. Edição de David Ross. New York: Oxford University Press, 1924.

_____. *Prior and Posterior Analytics: A Revised Text with Introduction and Commentary*. Edição de David Ross. New York: Oxford University Press, [1949] 1957.

_____. *Posterior Analytics*. 2ª ed. Edição e tradução de Jonathan Barnes. Oxford: Oxford University Press, 1994.

_____. *Analíticos Segundos*. Tradução, introdução e notas: Miguel Candel Sanmartín. Madrid: Editorial Gredos, 1995.

ARQUIMEDES. *Archimedis opera omnia*. 3 vols. Edição de Johan Ludvig Heiberg. Lipsiae: B. G. Teubneri, 1880-1.

_____. *The Works of Archimedes*. Tradução de Thomas L. Heath. New York: Cambridge University Press, 1897.

_____. *The Works of Archimedes*. 1 vol. Tradução de Reviel Netz. New York: Cambridge University Press, 2004.

BURNET, J. *Greek Philosophy Thales to Plato*. Londres: Macmillan, 1928.

CORNFORD, F. Mathematics and Dialectic in the *Republic* VI-VII. *Mind*. 41 (161), p. 37-52, 1932a.

_____. Mathematics and Dialectic in the *Republic* VI-VII (II). *Mind*, 41(162), p. 173-190, 1932b.

DIÓGENES LAÉRCIO. *Lives of Eminent Philosophers*. Tradução de R. D. Hicks. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1925.

EUCLIDES. *Opera Omnia*. Editado por Johan Ludvig Heiberg. Lipsiae: B.G. Teubneri, 1883.

_____. *The Thirteen Books of the Elements*. Tradução, introdução e comentários de Thomas L. Heath. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.

_____. *Les Éléments*. Tradução e comentários de Bernard Vitrac. Paris: Presses Universitaires de France, 1990.

_____. *Os Elementos*. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

HARE, R. M. Plato and the Mathematicians. In: Renford Bambrough (ed.), *New Essays on Plato and Aristotle*. Nova York: Routledge & Kegan Paul Ltd., p. 21-38, 1965.

HEATH, T. L. *A History of Greek Mathematics*, Vol. 1. Oxford: Clarendon Press, 1921.

HIPÓCRATES. *On Ancient Medicine*. Tradução de Mark J. Schiefsky. Netherlands: Brill, 2005.

JAEGER, W. W. *Paidéia: a formação do homem grego*. 3ª ed. Tradução de Artur M. Parreira. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

KARASMANIS, V. *The Hypothetical Method in Plato's Middle Dialogues*. Tese (Doutorado). Oxford University, 1987.

_____. The Hypotheses of Mathematics in Plato's *Republic* and his Contribution to the Axiomatization of Geometry. In: Nicolacopoulos, P. (eds) *Greek Studies in the Philosophy and History of Science*. Springer, Dordrecht, p. 1989.

KNORR, W. R. On the early history of axiomatics: the interaction of mathematics and philosophy in Greek antiquity, In: Jaakko Hintikka *et al*. (ed), *Theory Change, Ancient Axiomatics and Galileo's Methodology*. Dordrecht: D. Reidel Publishing, p. 145 –186, 1981.

LEVI, B. *Lendo Euclides.* Tradução de Julián Fuks. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira, 2001.

MUELLER, I. Euclid's Elements and the Axiomatic Method. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 20 (4), pp. 289–309, 1969.

_____. On the notion of a mathematical starting-point in Plato, Aristotle, and Euclid, In: Alan C. Bowen, *Science and Philosophy in Classical Greece*, 1991.

PLATÃO. *Platonis opera*. Edição: John Burnet. Oxonii: E. typographeo Clarendoniano, 1900.

_____. *The Republic of Plato*. 2 vols. Edição de James Adam. New York: Cambridge University Press, 1903.

_____. *República*. 9. ed. Tradução de Maria Helena da Rocha Pereira. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

PROCLO. 1873. *Procli Diadochi In Primum Euclidis Elementorum Librum Comentarii*. Edição de Gottfried Friedlein. Lipsiae: B. G. Teubner, 1873.

_____. (1992). *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Tradução e notas de Glenn R. Morrow. Princeton: Princeton University Press, 1992.

SIMPLÍCIO. *In Aristotelis De caelo commentaria*. Edição de J. L. Heiberg. Berlin: Reimer, 1894._____. *On Aristotle On the Heavens 2.10-14*. Tradução de Ian Mueller. London: Bloomsbury Academic, 2005.

TAYLOR, C. C. W. Plato and the Mathematicians: An Examination of Professor Hare's Views. *The Philosophical Quarterly*, 17 (68), p. 193–203, 1967