



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXVII SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2023

Ressonância quântica e clássica: explorando simulações no GeoGebra mediante a função de Green e a equação de Dyson

Davy Dias Andrade¹; Franz Peter Alves Farias² e Álvaro Santos Alves³

1. Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando em Licenciatura em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: davydiasandrade2000@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: franz.farias@uefs.br
3. Coordenador do projeto de pesquisa Física no Campus, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: asa@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Ressonância; Função de Green; GeoGebra.

INTRODUÇÃO

Na Física Clássica a ressonância é um fenômeno caracterizado pelo aumento da amplitude de oscilação de um sistema vibratório devido a uma fonte externa periódica de energia, cujo a frequência da fonte assemelhe-se a frequência natural do sistema. A ressonância na engenharia civil pode ser quase um sinônimo de desastre, devido a possibilidade de desmoronamento de um edifício, mas também apresenta aplicações importantes, como a sintonização adequada da antena de rádio, e curiosas, ao exemplo das rachaduras numa taça de vidro mediante um grito adequado.

Um exemplo típico de ressonância clássica pode ser observado no sistema massa mola amortecido e forçado, cujo a equação de movimento é

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t). \quad (1)$$

em que γ é um fator de amortecimento, ω_0 é a frequência natural e $f(t)$ a fonte externa de força. Para a ressonância, basta que a força externa seja periódica e com frequência próxima da natural do sistema.

Já em sistemas quânticos, como átomos, moléculas ou partículas subatômicas, os estados de energia são quantizados, o que significa que eles podem assumir apenas valores discretos. Cada estado quântico corresponde a um nível de energia específico. Quando um sistema quântico está em um estado inicial, ele pode fazer uma transição para um estado de energia superior ou inferior absorvendo ou emitindo energia.

Uma perturbação externa pode ser introduzida no sistema, como uma onda eletromagnética (luz), um campo magnético ou elétrico, ou qualquer outra interação que afete o sistema. Essa perturbação pode induzir transições de energia nos estados quânticos do sistema. A ressonância quântica ocorre quando a frequência da perturbação externa é igual à diferença de energia entre dois estados quânticos próximos. Em outras palavras, a frequência da perturbação deve estar "ajustada" para coincidir com a diferença de energia

entre esses estados. A ressonância quântica é um tópico central na física quântica, com aplicações em diversas áreas, incluindo a física nuclear, a química quântica e a física de partículas.

Um sistema quântico com uma perturbação é dado pela equação de Schroedinger da seguinte forma

$$H\psi = (H_0 + V_p)\psi = E\psi \quad (2)$$

sendo H o Hamiltoniano total do sistema, H_0 o Hamiltoniano sem perturbação (a soma da energia cinética e do potencial), V_p o termo potencial de perturbação e E a energia do sistema.

Um caso de particular interesse para a composição do Hamiltoniano sem perturbação é o de potencial barreira retangular dupla, com alturas e larguras quaisquer, consequentemente com energia de transição também. Pois quando diante de uma perturbação de frequência semelhante maximiza a probabilidade de transição de estado, portanto sendo um exemplo razoavelmente simples da ressonância quântica.

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA

A série de Dyson é uma técnica perturbativa usada para calcular a função de Green de um sistema quântico em termos da função de Green não perturbada e de correções perturbativas de ordens superiores:

$$G = G_0 + \sum G_i \quad (3)$$

sendo G a função de Green dressed (vestida), G_0 a não perturbada e $\sum G_i$ são o termo de correção perturbativa.

A série de Dyson desempenha um papel fundamental na teoria de muitos corpos na mecânica quântica e é usada para descrever sistemas complexos em que as interações entre partículas são relevantes. A função de Green, por sua vez, é uma ferramenta poderosa na Mecânica Quântica, inclusive para determinar a probabilidade de transição de um estado para outro em um sistema. Ela descreve como um sistema evolui no tempo e é definida em termos do operador Hamiltoniano do sistema.

A equação de Dyson, na forma compacta, é expressa como

$$U(t, t_0) = T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t dt' H(t')\right) \quad (4)$$

sendo T um operador ordenador e H(t) o Hamiltoniano em função do tempo. E consiste numa equação integral equivalente a de Schroedinger, cujo o expoente integrando é a função de Green, propagadora do sistema, indicando a evolução temporal.

Para o sistema massa mola apenas função de Green não perturbada é necessária para a obtenção da função horária do movimento da massa, sendo o núcleo da solução particular, facilmente integrado numericamente no GeoGebra. Em contrapartida, para o sistema quântico é necessário explorar a equação compacta de Dyson para a obtenção da função de Green vestida, essencial para obtenção da probabilidade de transição.

Mediante esses resultados, já conhecidos na literatura, pode-se elaborar arquivos no GeoGebra inserindo controles deslizantes para os parâmetros, comandos de entrada para as fontes de perturbação e obter, assim, gráficos interativos.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

O trabalho apresenta três resultados originais, conforme a tabela 1: um aplet do sistema massa mola ressonante, um aplet sobre ressonância quântica e um livro dinâmico de Cinemática para o Ensino Básico. Ademais, há um artigo em andamento.

Tabela 1. Resultados.

Resultados	Links de acesso
Ressonância clássica: sistema massa mola forçado.	https://www.geogebra.org/m/tkcybmnd
Ressonância quântica: barreira retangular potencial dupla e perturbação.	https://www.geogebra.org/m/ycyqktyv
Cinemática: uma abordagem tecnológica.	https://www.geogebra.org/m/qvtqwfbz

N simulação do sistema massa-mola amortecido e forçado no software livre GeoGebra o usuário tem a liberdade de selecionar as condições iniciais, a massa, a constante elástica, o termo de resistência e, mediante o método da função de Green, de atribuir a fonte. Destarte, pode-se visualizar os amortecimentos sub-crítico, crítico e supercrítico, o fenômeno de ressonância e, com o auxílio de gráficos interativos, analisar o balanço de energia e a contribuição efêmera das condições iniciais.

Mediante o arcabouço teórico da Mecânica Quântica, a técnica da função de Green, a série de Dyson e o software livre GeoGebra, elaborou-se um aplet abordando a barreira retangular de potencial dupla, de alturas e larguras manipuláveis, logo a frequência natural do sistema por consequência. Adicionalmente, o usuário tem a liberdade de atribuir a perturbação, permitindo assim visualizar, ou não, o caso da ressonância quântica.

Concluindo etapas de iniciações científicas passadas, também explorando o GeoGebra, concatenou-se e testou-se uma sequência de recursos didáticos tecnológicos no Ensino Fundamental II. Destarte, o livro dinâmico de Cinemática está em rota de conclusão, caminhando para tornar-se um produto educacional, conforme prezam os mestrados profissionais em Ensino de Física.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a iniciação científica explorou-se projetos passados, elaborando livros dinâmicos, os testando, escrevendo artigos científicos, em breve publicados em periódicos, e, sobretudo, avançou-se de tópicos da Física Clássica para Física Quântica, investindo nos tópicos matemáticos da função de Green e série de Dyson, assim, amadurecendo para na Teoria de Muitos Corpos.

REFERÊNCIAS

- [1] CHALLIS, L., SHEARD, F. The Green of Green Functions. *Physics Today* 56, (12) 41 (2003).
- [2] GREEN, G. arXiv preprint. arXiv:0807.0088v1 [PHYSICS.HIST-PH] (2008).
- [3] DUFFY, D.G. *Green's Functions with Applications (Studies in Advanced Mathematics)*. New York: Chapman & Hall/CRC (2001).
- [4] STAKGOLD, I., HOLST, M. *Green's Functions and Boundary Value Problems*. 3rd. Edition. New Jersey: John Wiley & Sons (2011).
- [5] RICKAYZEN, G. *Green's Functions and Condensed Matter*. New York: Academic Press (1980).
- [6] STOOFF, H.T.C., GUBBELS, K.B., DICKERSCHIED, D.B.M. *Ultracold Quantum Fields (Theoretical and Mathematical Physics)*. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V. (2009).
- [7] MARTIN, P.A., ROTHEN, F. *Many-Body Problems and Quantum Field Theory – An Introduction*. Heidelberg: Springer-Verlag (2004).
- [8] SCHMALZ, J.A., SCHMALZ, G., GUREYEV, T.E., PAVLOV, K.M. On the derivation of the Green's function for the Helmholtz equation using generalized functions. *Am. J. Phys.* 78, (2) 181 (2010).
- [9] HALL, D.G. Coupled-amplitude Equations via a Green's-function Technique. *Am. J. Phys.* 61, (1) 44 (1993).
- [10] HERRERA, W.J., VINCK-POSADA, H., PÁEZ, S.G. *Green's Functions in Quantum Mechanics Courses*. ArXiv:2017.14104v1 [PHYSICS.ED-PH] (29 jul 2021).
- [11] ANDRADE, D. D. et al.. Ferramentas de informação e comunicação no ensino de física: argumentação em um curso semipresencial de física usando a plataforma Google Classroom. Seminário de Iniciação Científica, XXIV seminário de iniciação científica da UEFS: semana nacional de ciência e tecnologia, Feira de Santana, 2020, Feira de Santana, UEFS Editora, 2021, DOI: <https://doi.org/10.13102/semic.vi24>.
- [12] AUSUBEL, D. P.. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. 1. ed. Lisboa, Paralelo Editora, LTDA., 2003.
- [13] BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Tradução de Estela dos Santos Abreu. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto. 1996.
- [14] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- [15] DUVAL, R. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, pág. 266-297, 2012.