**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**
Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº17.228 de 25/11/2016
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**
*COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA*

**XXV SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS**
**SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2021**

# MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL DO PROBLEMA BIDIMENSIONAL DE PERCOLAÇÃO DE FLUIDOS EM MEIOS POROSOS VIA MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

**Pedro Wagner Silva dos Santos[1]; Geraldo José Belmonte dos Santos[2]**
1. Bolsista PIBIC, Graduando em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: p.wagner980@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: belmonte@uefs.br

**PALAVRAS-CHAVE:** diferenças finitas; percolação de fluidos; problema de Darcy.

## INTRODUÇÃO

Para o gerenciamento hidroambiental das águas subterrâneas e das barragens necessita-se de conhecimento adequado dos fenômenos envolvidos, visando a modelagem e simulação das águas em meios porosos (solos) para a tomada de decisão (CIRILO, 2008; GOMES e CASTRO ,2002; ANA, 2002).

O conhecimento das leis que regem os fenômenos de fluxo de água em solos é aplicado nas mais diversas situações da engenharia: rebaixamento de nível d'água, bombeamento de água para adução ou irrigação, obras para contenção de água ou rejeitos, etc. Um caso de particular importância na engenharia geotécnica, ao qual se aplica diretamente os conceitos de fluxo d'água em solos, é o fenômeno do adensamento, característico de solos moles, de baixa permeabilidade. Por conta do baixo coeficiente de permeabilidade, os recalques totais não ocorreram de imediato, mas sim ao longo de um tempo expressivo. A influência do fluxo de água na estabilidade das massas de solo se dá pelo fato de que quando há fluxo no solo, a pressão a qual a água está sujeita é de natureza hidrodinâmica e este fato produz várias repercussões importantes. Em primeiro lugar, dependendo da direção do fluxo, a pressão hidrodinâmica pode alterar o peso específico submerso do solo. Em segundo lugar, de acordo com o princípio das tensões efetivas de Terzaghi, em conservando-se a tensão total atuando em um ponto na massa de solo e modificando-se o valor da tensão neutra naquele ponto, a sua tensão efetiva será modificada. A tensão efetiva é responsável pela resistência ao cisalhamento do solo, e sua redução acarreta a perda de resistência e a instabilidade do mesmo (NAYLOR e PANDE, 1981).

O estudo dos fenômenos de fluxo de água em solos é realizado apoiando-se em três equações básicas: conservação de energia (Bernoulli), permeabilidade dos solos (lei de Darcy) e conservação da massa. As formulações podem ser simplificadas, de forma a considerar o fluxo d'água em solos homogêneos, isotrópicos e saturados. E nesse caso, obedecendo-se esses princípios, obtém-se o fluxo bidimensional para os mais variados casos da engenharia geotécnica, tendo-se as equações de estado do fenômeno de percolação de fluidos em meios porosos em estado permanente dadas pelas Equações (1) e (2).

$-\nabla \cdot \vec{v} = b$ e (Conservação de massa) (1)

$$\vec{v} = -K \nabla p \qquad \text{(Lei de Darcy)} \qquad (2)$$

onde $p$ é o potencial (carga hidráulica), b é a função fonte ou sumidouro, $\vec{v}$é o vetor velocidade de Darcy e $\boldsymbol{K}$ é o tensor permeabilidade hidráulica. Se considerarmos o meio homogêneo e isotrópico, onde $K = kI$, o problema pode ser descrito pela equação de Poisson, dada pela Equação (3).

$$\Delta p = f \qquad (3)$$

onde $f = \frac{b}{k}$.

A modelagem e solução do escoamento de fluido em meios porosos é importante também em problemas de contaminação, pois o transporte de solutos em meios porosos pode ser dividido em dois subproblemas. O primeiro é a determinação do campo de velocidade média de Darcy e as pressões de poro, conforme descrito acima, e o segundo é o transporte dos solutos (ou contaminantes) no meio aquoso. Os principais mecanismos de transporte são a advecção, a difusão molecular, a dispersão mecânica e a reação devido a mecanismos físicos, geoquímicos, radiológicos e biológicos. O transporte de contaminantes (lixiviados de lixões ou derivados de petróleo) são governados pelos processos descritos anteriormente de tal forma que é possível estudar globalmente o comportamento transiente da migração (MAUS, 2011).

Nesse contexto, o presente trabalho, da área de modelagem matemática e computacional, tem como objeto de estudo a modelagem matemática do processo de percolação de um fluido em um meio poroso, considerando os aspectos mais relevantes da interação do fluido com o meio - o solo -, bem como desenvolver a modelagem computacional, usando um novo método de diferenças finitas, visando a simulação hidrodinâmica do fluido no meio poroso, sob diversas condições, visando auxiliar no processo decisório de planejamento e gestão dos recursos hídricos.

## MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)

Após a fase de revisão bibliográfica, foi realizada a modelagem matemática do problema e em seguida a discretização via diferenças finitas, usando diferenças centradas com aproximação de segunda ordem.

Em seguida, a linguagem de programação *Scilab* e o visualizador de dados *Paraview* foram escolhidos como ferramentas para implementação numérica e análise dos resultados do problema de Darcy.

Considerando que a pesquisa foi realizada ainda no contexto da pandemia, sem o acesso ao Laboratório de Mecânica Computacional do departamento de Tecnologia, houve adaptações necessárias para instalar os programas e realizar a pesquisa a distância com orientação remota.

O trabalho seguiu a seguinte metodologia: 1) Modelagem matemática e computacional, via diferenças finitas, do problema de Darcy. 2) As rotinas e o programa foram testados e verificados. 3) Exemplos foram pesquisados para testes e os resultados gerados pelo programa implementado foram verificados confrontados. 4) Relatório e resumo foram elaborados.

## RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

O programa desenvolvido para discretização do problema de Darcy está apresentado no anexo. Aqui, para ilustrar sua aplicação, segue um dos exemplos avaliados o qual consiste em estabelecer um fluxo que contorne uma barreira impermeável enterrado até uma profundidade de 9 m em um maciço com espessura de 18 m. A altura da água a montante da cortina é de 9 m e a jusante é 1,5m (ver Figura 1).

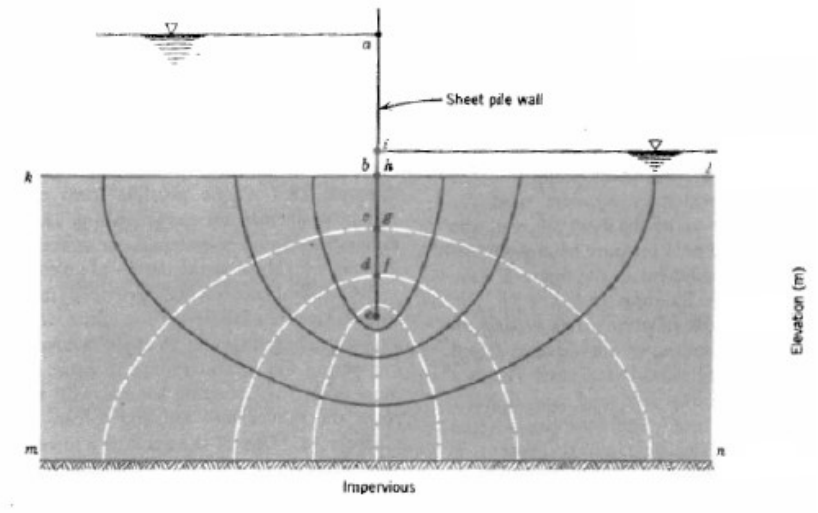


***Figura 1*** *– Problema plano de fluxo com cortina impermeável.*
*Fonte: Soares (2009)*

Para a discretização do modelo, optou-se pela geração de s*tencil* de 5 pontos para uma malha estruturada (SINGUI, 2017), onde apenas o maciço é representado. A discretização foi feita considerando uma camada de solo com 36 m de comprimento subdividida em 13 elementos e uma altura de 18 m subdividida me 7 elementos. Assim o domínio foi discretizado em 14 nós no eixo x e 8 nós no eixo y (ver Figura 2). Assim, o ponto (i,j) tem coordenadas ($x_i$, $y_j$).

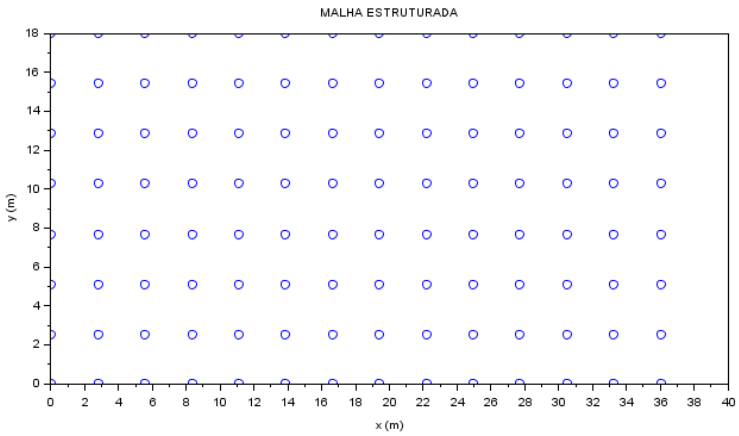


***Figura 2*** *– Distribuição de nós do malha.*
*Fonte: Autor (2021)*

Usando o programa no anexo, obtém-se o resultado mostrado na Figura 4 extraída do *Paraview*, a qual mostra o campo de pressão de Darcy do problema modelado.

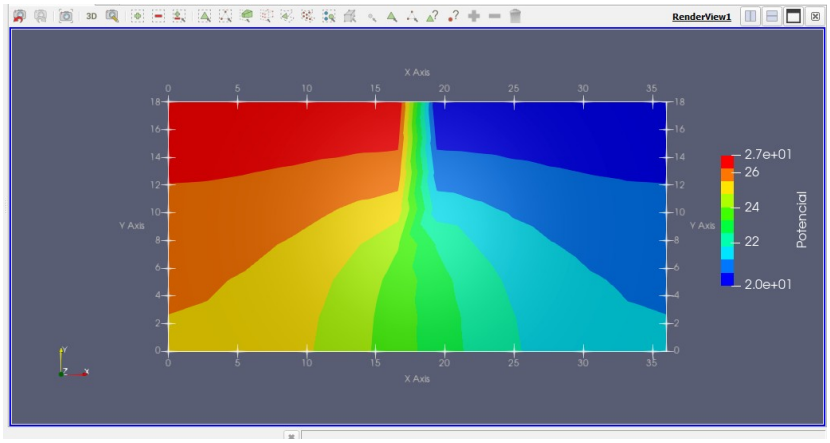


***Figura 4*** *– Mapa de cores do potencial hidráulico.*
*Fonte: Autor (2021)*

Com o mapa de cores, observamos que o resultado de potencial atende algumas condições básicas de contorno e de simetria. Com o incremento da cortina impermeável e, consequentemente a redução da área, outro resultado esperado é um aumento da velocidade nessa região, uma vez que a vazão é constante.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

Os fenômenos relacionados ao fluxo de água em maciços de solos e rochas são extremamente importantes para o gerenciamento de recursos hídricos e previsão de problemas geotécnicos. Para isso, a modelagem e simulação dos fenômenos relacionados é fundamental. No presente trabalho, o problema de percolação de fluidos em meios porosos foi modelado via método das diferenças finitas e seus resultados foram visualizados no Paraview. O programa, embora ainda não concluído, demonstrou resultados satisfatórios para o problema e após a implementação de malhas arbitrárias, poderá ser usado em problemas com domínio qualquer.

## REFERÊNCIAS

AGENCIA NACIONAL DAS ÁGUAS-ANA. Relatório da gestão 2001. Brasília: ANA, 2002.

CIRILO, JOSÉ ALMIR. Políticas públicas de recursos hídricos para o semi-árido. Estudos Avançados, v. 22 (63), 2008.

GOMES, CARISIA CARVALHO; DE CASTRO, MARCO AURÉLIO HOLANDA. Análise comparativa entre a modelagem de aquíferos regionais utilizando o método de elementos analíticos (SPLIT) e o método de diferenças finitas (MODFLOW). Anais do XII Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas, 2002.

MAUS, V. W. Modelagem computacional aplicada ao transporte de contaminantes em águas subterrâneas. Tese de Mestrado, Mestrado em Modelagem Computacional/UFRJ, Juiz de Fora, 2011.

NAYLOR, D. J. e PANDE, G. N. Finite Elements in Geotechnical Engineering. Pineridge Press, 1981.

SINGUI V. S. Estudo sobre o fluxo subterrâneo e percolação de poluentes em um cemitério na cidade de campos dos Goytacazes-RJ. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Mestre em Engenharia Civil/ UENF, Campos dos Goytacazes, 2017.