



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76  
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

## **XXIV SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2020**

### **PROJETO DE CONTROLADORES DIGITAIS PARA UM PROTÓTIPO DO SISTEMA BARRA-BOLA**

**Lindelmo Havallon da Silva Pinto Azevedo<sup>1</sup>; Márcia Lissandra Machado Prado**<sup>2</sup>

1. Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando em Engenharia de Computação, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: havallon.ecomp@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Tecnologia, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: marcia.lissandra@gmail.com

**PALAVRAS-CHAVE:** Teoria de Controle; Controle Digital; Sistema Barra-Bola.

### **INTRODUÇÃO**

Os sistemas de controle têm um papel indispensável na sociedade. As suas aplicações são essenciais em sistemas de veículos espaciais e sistemas robóticos. Podem ser também facilmente encontrados nas indústrias em quaisquer operações que abrangem o controle de nível, temperatura, vazão e pressão (Nise, 2013).

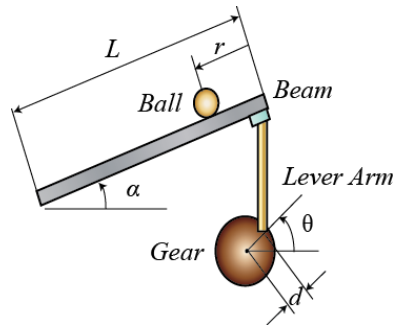
Atualmente o uso de controladores digitais é cada vez mais amplo (Ogata, 1994). O uso de sistemas digitais tem diversas vantagens comparadas com os sistemas analógicos, como por exemplo: custo reduzido para elaboração do controlador, imunidade a ruídos, ótimo desempenho, baixo consumo de energia e são flexíveis para alterações do projeto, alcançando, assim, a robustez do sistema (Nise, 2013).

O sistema barra-bola é um sistema que consiste em manter em equilíbrio a bola sobre a barra em uma determinada posição. Esse sistema é normalmente relacionado a problemas de controle reais, como, por exemplo, estabilizar horizontalmente um avião durante o pouso ou sobre um fluxo de ar turbulento (Wang, 2007).

Neste trabalho são propostos os projetos e comparações de controladores digitais para o sistema barra-bola, sendo eles: controlador Proporcional e Derivativo (PD) robusto utilizando análise intervalar modal descrita em (Prado e Paz, 2008) e controlador PD tradicional (Ogata, 2010).

### **MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)**

No sistema barra-bola, uma alavanca é utilizada para o interfaceamento entre o servo motor e a barra. Sendo assim, o motor gira um ângulo  $\theta$ , como resultado faz com que a barra gire  $\alpha$ . Com a variação do ângulo horizontal da barra, a gravidade atua sobre a bola fazendo-a rolar (CTMS, 2005). A Figura 1 ilustra o sistema.



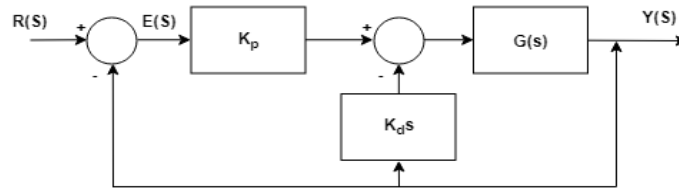
**Figura 1.** Sistema Barra-Bola (CTMS, 2005)

A função de transferência do sistema, descrita na equação 1, foi obtida aplicando a transformada de Laplace na equação diferencial que dita o movimento da bola.

$$G(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = \frac{1,3620}{s^2} \quad (1)$$

A equação 1 relaciona a entrada  $\Theta(s)$  com a saída  $R(s)$ , que representam, respectivamente, o ângulo do motor e a posição da bola.

O projeto do controlador foi feito utilizando a técnica de controle PD com realimentação por velocidade. Assim, garantimos que o sistema não possua um zero em malha fechada. Com isso, a resposta transitória do sistema é satisfatória. O esquema de controle é representado pela Figura 2.



**Figura 2.** Diagrama de blocos do controlador PD com realimentação de velocidade.

Sendo  $G(s)$  a função de transferência da planta, descrita na equação (1), a função de transferência em malha fechada para o sistema da Figura 2 é dada por:

$$T(s) = \frac{1,3620K_p}{s^2 + 1,3620K_d s + 1,3620K_p} \quad (2)$$

Para encontrar os ganhos do controlador PD foi necessário comparar o denominador da equação (2) com a equação (3), tal equação representa o polinômio característico de segunda ordem (OGATA, 2010).

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad (3)$$

Para realizar o projeto do controlador robusto para o sistema, foi necessário transformar o parâmetro da planta em um intervalo modal (Sainz, 2014). Sendo assim, foi considerado que este valor fosse variado em 10%. O valor nominal de 1,3620 foi transformado no intervalo [1,2258, 1,4982].

Para os intervalos dos requisitos do projeto, foram consideradas duas especificações dentro das adotadas anteriormente. A primeira é de um MP = 12% (máxima sobrelevação) e um  $t_s = 0,5s$  (tempo de estabelecimento) e a segunda é um MP = 8% e

um  $t_s = 1,5s$ . Sendo assim, os intervalos adotados foram  $[\xi] = [0,5594, 0,6266]$  e  $[\omega_n] = [14,3006, 4,2559]$  (Ogata, 2010).

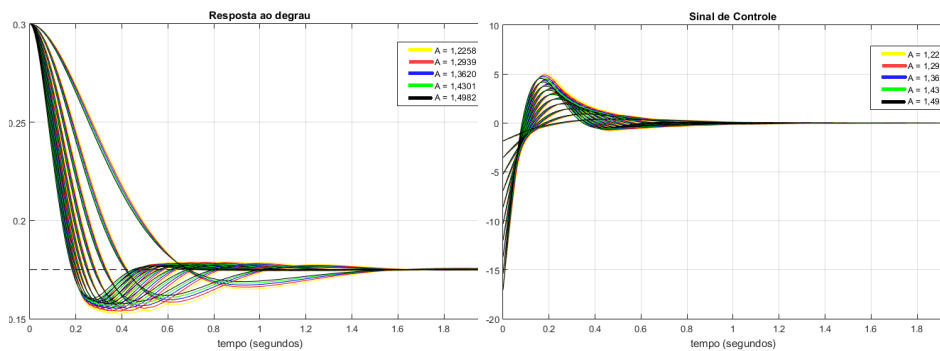
Aplicando a aritmética intervalar modal descrita em (Sainz, 2014) obtemos o valor para os ganhos do controlador na forma de intervalos. São eles:  $[K_p] = [136,4988, 14,7760]$  e  $[K_d] = [10,6792, 4,3508]$ , com os seguintes significados: Como os intervalos são impróprios, para todo  $K_p$  existe pelo menos um valor de  $\omega_n$  para toda variação do parâmetro da planta. Do mesmo modo, para todo  $K_d$ , existe pelo menos um valor de  $\xi$  e  $\omega_n$  para toda variação da planta.

Com o intuito de embarcar os controladores projetados em um sistema computacional é necessário fazer a discretização dos mesmos. Portanto, aplicando o mapeamento de diferença, descrito em (Hemerly, 1996), obtemos a equação diferença que descreve a lei de controle:

$$u[n] = K_p e[n] - \frac{K_d}{T} (y[n] - y[n-1]) \quad (4)$$

### RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

Para realizar a análise do controlador, foi utilizada a resposta ao degrau no sistema controlado, variando o parâmetro da planta e os ganhos do controlador. A constante da planta foi variada em um conjunto de cinco valores dentro do seu intervalo. Da mesma forma foram variados os valores dos ganhos do controlador. Sendo assim, para cada variação do parâmetro da planta, foram aplicados dez controladores.



**Figura 3:** A. Resposta ao degrau do controlador PD Robusto.  
B. Sinal de controle do controlador PD Robusto.

A Figura 3.A mostra os resultados obtidos para o sistema barra-bola aplicando os controladores PD escolhidos. É possível notar, através do gráfico, que o erro de regime do sistema é nulo e que os controladores atenderam aos requisitos exigidos.

A Figura 3.B mostra o esforço de controle dos controladores PD necessário para atingir os critérios de desempenho do projeto. Alguns sinais de controle tiveram um pico elevado, com máximo de  $5,03^\circ$  e mínimo de  $-17^\circ$ , mas nada que afete a implementação do controlador.

Durante a aplicação do controlador na prática, pôde-se perceber que quanto menor a contribuição dos ganhos do controlador, melhor é a sua resposta transitória. Sendo

assim, foi escolhido um valor de  $K_p$  e  $K_d$ , dentro de seus respectivos intervalos. A Figura 4 mostra a resposta do sistema aplicando um controlador com um ganho  $K_p=20$  e  $K_d=6$ .

O sistema se comporta de uma forma bastante interessante, tendo um tempo de acomodação de aproximadamente 0,6s e sem sub-elevação. Comprovando, assim, que dentro dos intervalos  $[K_p]'$  e  $[K_d]'$  há a possibilidade de projetar um controlador que se comporte satisfatoriamente, mesmo o sistema barra-bola sendo não-linear.

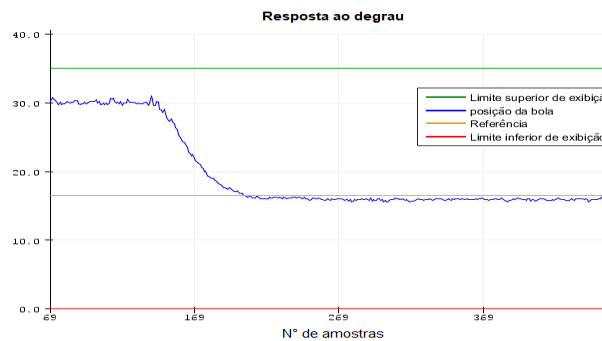


Figura 4. Resposta ao degrau do controlador implementado.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

O projeto do controlador PD robusto utilizando análise intervalar modal mostrou-se bastante eficiente para ser aplicado em sistemas que possuem incertezas em seus parâmetros e exigem um desempenho adequado.

A implementação foi bastante importante para validar os controladores desenvolvidos. Por estarmos usando uma aproximação da planta para o projeto dos controladores, a implementação possibilitou selecionarmos os ganhos do controlador e testar qual se adequa mais aos critérios de desempenho propostos.

### REFERÊNCIAS

- CTMS. 2005. *Ball & beam: System modeling*. Acessado em 05 ago. 2019. URL = <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=BallBeam&section=SystemModeling>.
- HEMERLY, E. M. 1996. *Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos*, 2ª edição, Blucher.
- NISE, N. S. 2013. *Engenharia de sistemas de controle*, 6ª edição, Rio de Janeiro, LTC.
- OGATA, K. 1994. *Discrete-Time Control System*, 2ª edição, New Jersey, Prentice Hall.
- OGATA, K. 2010. *Engenharia de Controle Moderno*, 5ª edição, São Paulo, Prentice Hall.
- PRADO, M. e PAZ, M. 2008. Controle robusto utilizando estrutura pd e análise intervalar modal. In: XIII Congresso Latinoamericano de Control Automatico.
- SAINZ, M. A, ARMENGOL, J, CALM, R, HERRERO, P, JORBA, L e VEHI, J. 2014. *Modal interval analysis: New Tools for Numerical Information*, Switzerland, Springer.
- WANG, W. 2007. Control of a Ball and Beam System. School of Mechanical Engineering -The University of Adelaide, South Australia, Thesis.