

ANÁLISE NÃO-LINEAR DA DEFLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

NON-LINEAR ANALYSIS OF DEFLECTION IN REINFORCED CONCRETE BEAMS

*Paulo Roberto Lopes Lima **
*Cíntia Maria Ariani Fontes ***
*José Mário Feitosa Lima ****

RESUMO — *A deflexão excessiva de elementos fletidos é uma das principais patologias que atingem as estruturas de concreto armado, causando fissuração de elementos estruturais, em elementos não-estruturais, e mesmo sensação de desconforto ao usuário. Para evitar esse tipo de problema, é preciso a adoção de métodos de cálculo de deflexões que incorporem as propriedades físicas, mecânicas e geométricas inerentes aos elementos de concreto armado. Neste trabalho, é apresentado um método de análise não-linear que, utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais, permite calcular as deflexões e avaliar a influência dos principais fatores que as afetam, como, taxa de armadura, tipo e intensidade do carregamento, retração e fluência do concreto. Um algoritmo numérico foi desenvolvido e, a partir da avaliação da deflexão de vigas simplesmente apoiadas de concreto armado, verificou-se que as prescrições normativas existentes no Brasil são insuficientes para impedir o surgimento de patologias decorrentes da deflexão excessiva de vigas.*

PALAVRAS-CHAVE: *Viga de concreto armado; Deflexões; Princípio dos Trabalhos virtuais.*

ABSTRACT — *The excessive deflection of bending elements is an important pathology of reinforced concrete structures. It causes cracking in non-structural and structural elements, and also discomfort to users. To avoid*

* Prof. Assistente (DTEC/UEFS), Engenheiro Civil, M. Sc.,
E-mail: paulolop@uefs.br

** Engenheira Civil, Mestranda em Engenharia Ambiental na
COPPE/UFRJ, E-mail: cfontes@coc.ufrj.br

*** Prof. Assistente (DTEC/UEFS), Engenheiro Civil, M.
Sc., E-mail: jmflima@uefs.br

Universidade Estadual de Feira de Santana – Dep. de
Tecnologia. Tel./Fax (75) 224-8056 - BR 116 – KM 03, Campus -
Feira de Santana/BA – CEP 44031-460.

this kind of problem it is necessary to adopt more rigorous methods of design, considering the physical, mechanical and geometric properties of reinforced concrete elements. In this work is shown a non-linear method of calculating the deflections in concrete beams that, using the Virtual Work Principle, analyzes the contribution of steel ratio, type and intensity of load, creep and shrinkage of concrete. A numerical algorithm was developed to evaluate the deflection in simply supported reinforced concrete beams. Results indicating that the Brazilian Standards are not sufficient to avoid excessive deflections in reinforced concrete beams.

KEY WORDS: Reinforced concrete beam; Deflections; Virtual Work Principle.

1 INTRODUÇÃO

Deformações excessivas podem alterar a aparência e a eficiência de uma estrutura, além de causar desconforto ou medo para os seus ocupantes e usuários. As mais severas conseqüências, no entanto, são devidas aos danos locais, como, fissuração de elementos estruturais e não-estruturais ou rotação excessiva.

O controle das deformações, nas normas de dimensionamento de concreto armado, é feito através do estabelecimento dos Estados Limites de Utilização que, neste caso, é o estado em que as deflexões ultrapassam os limites aceitáveis para a utilização da estrutura. Para que a estrutura, ou parte dela, não atinja esse estado limite, são estabelecidos limites máximos, geralmente como função do vão do elemento estrutural, a serem considerados quando do cálculo das deflexões.

Geralmente, o cálculo de deflexões em vigas é feito através das equações usuais da Resistência dos Materiais, as quais são aplicáveis para materiais homogêneos e isotrópicos (aço, por exemplo). Os elementos de concreto armado, no entanto, apresentam várias características próprias que invalidam algumas hipóteses básicas deste cálculo: (i) os fenômenos da retração e da fluência do concreto provocam, sob carga constante, deflexões ao longo do tempo; (ii) fissuração na região tracionada que, dessa forma, contribui pouco para a resistência do elemento; (iii) como a forma da fissuração não é conhecida, a variação da inércia do elemento fletido não pode ser avaliada analiticamente, o que constitui outra limitação de cálculo. Além desses, diversos

outros fatores influenciam as propriedades de deformação dos elementos de concreto armado, como, taxa de armadura, tipo e intensidade do carregamento, temperatura e umidade do ambiente, etc.

A consideração de todas as variáveis que influenciam na deflexão de vigas de concreto armado torna o cálculo mais sofisticado e rigoroso. Por isso, as normas de dimensionamento, inclusive a NBR 6118 (ABNT,1978), adotaram simplificações práticas, como a limitação da esbeltez (relação vão-altura), que tornaram desnecessário o cálculo da deflexão em vigas e lajes usuais. No entanto, como essas limitações consideram apenas alguns dos fatores intervenientes nas deflexões, a utilização indiscriminada das mesmas acaba conduzindo a deflexões excessivas nos elementos estruturais. Essa é certamente uma das principais causas deste tipo de problema nas estruturas, o qual pode ser facilmente evitado com a utilização de métodos mais precisos. Com as facilidades computacionais existentes atualmente, é inaceitável que esses métodos não sejam utilizados, uma vez que conduzem a elementos estruturais mais seguros.

O método desenvolvido neste trabalho considera alguns dos principais parâmetros que influenciam a deformação em elementos de concreto armado, conduzindo a uma maior aproximação dos valores de cálculo com os valores reais. A comparação com a norma brasileira de dimensionamento, NBR 6118 (ABNT, 1978), indica que a mesma possui limitações que precisam ser corrigidas, pois conduzem a cálculos e limitações errôneos, no que diz respeito à deflexão máxima de vigas de concreto armado.

2 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Dois critérios principais são utilizados pelas normas de dimensionamento de estruturas de concreto armado para controlar as deflexões de elementos estruturais. O principal controle normativo é a limitação da deflexão máxima a ser atingida pelo elemento estrutural. Para garantir que essa limitação vai ser obedecida, sem a necessidade de cálculos mais rigorosos, as normas adotam limites máximos para a esbeltez do elemento estrutural, de forma a poder garantir a integridade estrutural.

2.1 Limitação da deflexão máxima

Uma forma de controle da deflexão consiste em limitar o valor da deflexão máxima do elemento estrutural como uma percentagem do comprimento do vão. A NBR 6118 (ABNT, 1978), item 4.3.2.1, alínea c, indica que nas lajes e vigas das estruturas de edifícios devem ser obedecidas as seguintes limitações:

a) as flechas medidas a partir do plano que contém os apoios, quando atuarem todas as ações, não ultrapassarão 1/300 do vão teórico L, exceto no caso de balanços para os quais não ultrapassarão 1/150 do seu comprimento teórico;

b) o deslocamento causado por cargas acidentais não será superior a 1/500 do vão teórico L e 1/250 do comprimento teórico do balanço.

2.2 Limitação da esbeltez

A limitação da esbeltez do elemento, notadamente das vigas, tem sido um tipo de controle da deflexão bastante utilizado nas normas de dimensionamento estrutural. A tabela 1 indica os valores máximos das relações vão-altura (esbeltez), recomendados por algumas normas de dimensionamento de estruturas de concreto armado.

Tabela 1 - Limitação da esbeltez de vigas recomendada por normas de dimensionamento (LIMA, 1996)

Tipo de apoio	Esbeltez limite				
	NBR 6118* (ABNT, 1978)	ACI 318** (ACI, 1992)	MC 90 ^o (CEB-FIP, 1991)	CP 114* (BSCP, 1969)	NS 3473 ^o (NCBS, 1992)
Bi-apoiada	17,0	16,0	18,0	18,0	14,0
Contínua	20,4	18,5	23,0	22,5	15,6
Bi-engastada	29,0	21,0	25,0	-	18,3
Em balanço	8,5	8,0	7,0	9,0	7,0

* Tensão na armadura para solicitação de cálculo igual a 4350 kg/cm² (435 MPa).

** Peças não suportando ou ligadas a elementos ou outra construção que possam ser prejudicados por grandes deflexões.

fy = 60000 psi (414 MPa).

^o Taxa de armadura igual a 0,5%, fyk = 500 Mpa, vãos menores que 7 metros.

* Tensão maior que 140 MPa no aço, maior que 14 MPa no concreto.

^o fy = 500 MPa.

A norma DIN 1045 (DIN, 1978), item 17.7.2, indica que a esbeltez (L_1/h) de componentes sujeitos a tensões e deformações de flexão não pode exceder o valor 35. Em membros que suportam paredes, a esbeltez será $L_1/h \leq 150/L_1$, onde h é a altura efetiva (em metros), e $L_1 = aL$, sendo L o vão do elemento (em metros), e a um coeficiente que depende do tipo de apoio do elemento.

3 DEFORMAÇÕES EM ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO

3.1 Deformação média sob tração

Seja um tirante de concreto reforçado com barras alinhadas e submetido a esforços de tração, conforme mostra a figura 1. A primeira fissura aparece quando a resistência à tração do concreto f_{ct} é atingida em uma seção qualquer, que passa a trabalhar no estado II, fissurado. A uma certa distância s dessa primeira fissura, a compatibilidade de deslocamentos entre a barra e o concreto é mantida e a seção trabalha de maneira homogênea, ainda no estado I. Teoricamente, é somente a partir dessa distância s da primeira fissura que a tensão na matriz atinge novamente a resistência à tração f_{ct} e uma nova fissura aparece.

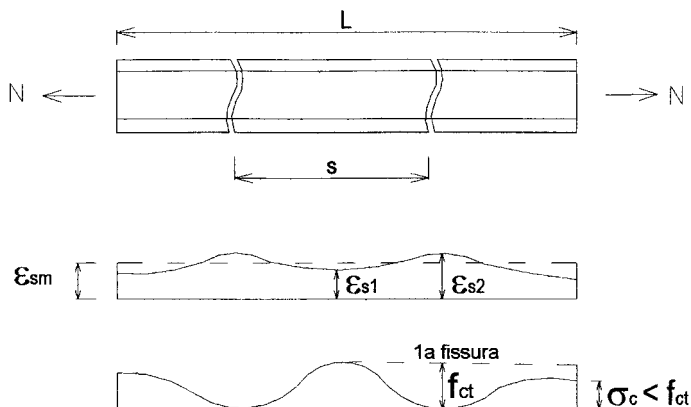


Figura 1 – Mecanismo de fissuração em tirantes de concreto armado

A deformação relativa do reforço ε_s varia entre o estado I (ε_{s1}) e o estado II (ε_{s2}) sendo que o seu valor médio é dado por (CEB, 1983):

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s1}(1-\zeta) + \varepsilon_{s2}(\zeta) \quad (1)$$

onde o coeficiente de repartição, ζ é dado por:

$$\zeta = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2, & \text{para } \sigma_s > \sigma_{sr} \\ 0, & \text{para } \sigma_s \leq \sigma_{sr} \end{cases} \quad (2)$$

sendo σ_{sr} a tensão no aço quando da fissuração do concreto e σ_s a tensão de serviço.

3.2 Curvatura média de vigas de concreto armado

A deflexão de vigas pode ser determinada a partir da integração das curvaturas as quais dependem do carregamento, do módulo elástico do material e do momento de inércia da seção. Em vigas de concreto armado, a curvatura esta diretamente associada à rotação da seção transversal podendo ser expressa pela relação:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E.I} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{d} \quad (3)$$

onde r é o raio de curvatura, M é o momento fletor atuante, E o módulo de Elasticidade, I o momento de inércia em relação ao qual a flexão ocorre, d a altura útil, ε_s é a deformação de tração na armadura e ε_c é a deformação na fibra de concreto mais comprimida.

A curvatura média de uma viga de concreto armado pode ser calculada a partir da substituição da equação (1) em (3), admitindo que a deformação média no concreto obedece à mesma relação que a deformação na armadura, ou seja, que há compatibilidade de deformações. Assim:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_m = \frac{M}{EI_m} = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}}{d} = (1 - \zeta) \left(\frac{1}{r}\right)_1 + \zeta \left(\frac{1}{r}\right)_2 \quad (4)$$

onde $\left(\frac{1}{r}\right)_1$ e $\left(\frac{1}{r}\right)_2$ são as curvaturas no estado I e estado II (fissurado), respectivamente.

Para flexão o coeficiente de repartição é dado por:

$$\zeta = \begin{cases} \zeta = 0, & M \leq M_r \\ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{M_r}{M}\right)^2 & M_y \geq M > M_r \end{cases} \quad (5)$$

sendo M o momento de serviço, $M_f = W f_{ct}$ o momento de fissuração da viga. M_y é o momento correspondente ao escoamento da armadura, sendo dado por

$$M_y = \rho b d^2 f_y \left(1 - 0,59 \rho \frac{f_y}{f_c} \right)$$

considerando viga subarmada (PAULAY; PARKER, 1975), onde ρ é a taxa de armadura principal, b a largura da viga, d a altura efetiva, f_y a tensão de escoamento do aço e f_c a resistência à compressão do concreto.

Graficamente, a relação entre o momento atuante e a curvatura de elementos de concreto armado pode ser representada pela figura 2.

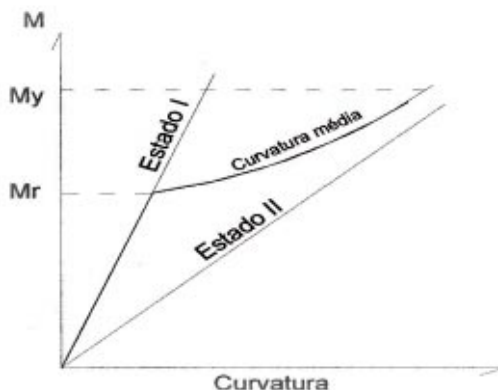


Figura 2 – Relação momento-curvatura esquemática em viga de concreto armado

Na equação (5) foram introduzidos dois coeficientes, β_1 e β_2 , para considerar o tipo de aderência da barra e a influência da duração da carga, respectivamente. Esses coeficientes são dados por:

$$\beta_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras corrugadas} \\ 0,5 & \text{para barras lisas} \end{cases}$$

$$\beta_2 = \begin{cases} 1,0 & \text{para primeiro carregamento} \\ 0,5 & \text{para carga cíclica} \end{cases}$$

3.2.1 Influência da taxa de armadura, retração e fluência do concreto

Para estruturas de concreto, a curvatura total, em um tempo t , é a soma da curvatura elástica $\left(\frac{1}{r}\right)_o$, da curvatura devida à fluência, $\left(\frac{1}{r}\right)_\phi$ e devida à retração, $\left(\frac{1}{r}\right)_{cs}$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_t = \left(\frac{1}{r}\right)_o + \left(\frac{1}{r}\right)_\phi + \left(\frac{1}{r}\right)_{cs} \quad (6)$$

Os dois primeiros componentes do lado direito da equação (6) podem ser determinados a partir da curvatura de base,

$\left(\frac{1}{r}\right)_c = \frac{M}{E \cdot I_c}$, calculada com seção de concreto puro não-fissurado. Utilizando-se coeficientes de correção κ que representam a influência de cada um desses parâmetros sobre a curvatura total da viga, teremos:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_o = \kappa_s \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_c \quad (7)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_\phi = (\kappa_s \cdot \kappa_\phi \cdot \phi) \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_c \quad (8)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{cs} = (\kappa_{CS}) \cdot \frac{|\varepsilon_{cs}|}{d} \quad (9)$$

Na equação (9), ε_{cs} é a deformação devida à retração, especificada de acordo com o código MC 90 (CEB-FIP, 1991) como:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_s(f_{cm}) \beta_{RH} \beta_s(t - t_0) \quad (10)$$

onde $\varepsilon_s(f_{cm})$, β_{RH} e $\beta_s(t - t_0)$ são coeficientes associados à resistência à compressão, à umidade e à idade do concreto, respectivamente.

Os coeficientes κ_S , κ_ϕ e κ_{CS} representam a influência da armadura, da fluência e da retração sobre a curvatura da viga de concreto puro, respectivamente, e são dados por (CEB, 1983):

$$\kappa_S = \frac{I_c}{I_{bx} + \alpha I_{ax}} \quad (11)$$

$$\kappa_\phi = \frac{1}{1 + \frac{\alpha A_a}{A_b}} \cdot \left\{ \frac{\alpha A_a}{A_b} + \left[1 - \frac{\alpha A_a}{A_b} \cdot \frac{\alpha l_a}{l_b} \cdot \varphi \right] \cdot \left[1 + \frac{\alpha A_a}{A_b} \cdot \varphi \right] \cdot \frac{1}{\delta} \right\} \quad (12)$$

$$\kappa_{CS} = \left[\frac{\alpha A_a}{l_b} \cdot z \cdot d \cdot \varphi \right] \cdot \frac{1}{\delta} \quad (13)$$

onde

$$\delta = \left[1 + \frac{\alpha A_a}{A_b} \cdot \varphi \right] \cdot \left[1 + \frac{\alpha l_a}{l_b} \cdot \varphi \right] + \frac{\alpha A_a}{l_b} \cdot \varphi z^2 \quad (14)$$

$$\varphi = 1 + \phi \quad (15)$$

tendo-se ainda:

A_b, A_a – seção de concreto ativo e de aço, respectivamente;
 I_c, I_b, I_a – momento de inércia da seção de concreto, de concreto ativo e de aço, respectivamente, com relação ao centro de gravidade correspondente;

I_x, I_{bx}, I_{ax} – momento de inércia da seção total, de concreto ativo e de aço, respectivamente, com relação a linha neutra;

z – distância entre a força resultante de tração e a resultante de compressão na seção (braço de alavanca);

d – altura efetiva;

$a = E_s/E_c$; (16)

f - coeficiente de fluência, especificado de acordo com o código MC 90 (CEB-FIP,1991) como:

$$\phi = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_o) \beta_c(t - t_o) \quad (17)$$

onde $\phi_{RH}, \beta(f_{cm}), \beta(t_o)$ e $\beta_c(t - t_o)$ são fatores de correção associados à umidade do ambiente, à resistência do concreto, à idade do carregamento e à idade do elemento estrutural, respectivamente.

A determinação do momento de inércia da seção está diretamente associada à posição da linha neutra que, para seção fissurada, determina a porção de concreto comprimida a qual é considerada como realmente ativa. A posição do centro de gravidade e da linha neutra da seção vai variar de acordo com o estado de fissuração da seção. Para o estágio I e para o estágio II, a posição da linha neutra pode ser estabelecida pelas equações (18) e (19), respectivamente:

$$x_1 = \frac{\alpha(A_s d + A'_s d') + bh^2}{\alpha(A_s + A'_s) + bh} \quad (18)$$

$$x_2 = -\frac{\alpha(A_s + A'_s)}{b} + \sqrt{\left[\frac{\alpha(A_s + A'_s)}{b} \right]^2 + \frac{2\alpha}{b} (d \cdot A_s + d' \cdot A'_s)} \quad (19)$$

sendo:

A'_s e A_s a área de armadura de compressão e tração, respectivamente; d'_s e d as posições da armadura de compressão e tração, respectivamente, com relação ao topo da seção;

h e b altura total da seção e largura da seção, respectivamente.

É importante observar que a equação (18) foi deduzida de acordo com a hipótese da seção plana, considerando que as deformações ε_c e ε_s não atinjam valores que façam o concreto e o aço saírem do regime elástico. A equação (19) foi definida desprezando a contribuição do concreto na região fissurada.

3.3 Cálculo das deflexões

Aplicando a uma estrutura em estado de carregamento o Princípio dos Trabalhos Virtuais, é possível definir a deflexão, δ , a partir da curvatura desse elemento, ou seja:

$$\delta = \int_L \left(\frac{1}{r} \right) \overline{M} dx \quad (20)$$

onde \overline{M} é o momento virtual, devido a uma carga unitária aplicada na posição em que se deseja calcular a deflexão.

Utilizando a equação (20) conjugada com a curvatura média, equação (4), pode-se estabelecer a seguinte relação para o cálculo das deflexões:

$$\delta = \int_{r_m}^1 \overline{M}.dx = \int(1-\zeta) \left(\frac{1}{r} \right)_1 \overline{M}.dx + \int \zeta \left(\frac{1}{r} \right)_2 \overline{M}.dx \quad (21)$$

Sendo o coeficiente de repartição dado pela equação (5), onde o momento M , inicialmente variável ao longo do comprimento da viga, será substituído, por simplificação, pelo momento na seção mais solicitada da viga M_d . Essa simplificação permite que a equação (21) possa ser escrita da seguinte forma:

$$\delta = \int \left(\frac{1}{r} \right)_1 \overline{M}.dx - \zeta \int \left(\frac{1}{r} \right)_1 \overline{M}.dx + \zeta \int \left(\frac{1}{r} \right)_2 \overline{M}.dx \quad (22)$$

Assim, pela definição de ζ , e utilizando as equações (6)-(9), as deflexões poderão ser determinadas, para $t = 0$ e $t = t$, e quando o momento máximo na viga, M_d , for inferior ao momento de fissuração, pelas seguintes equações:

$$\delta_1^{t=0} = \frac{\kappa_{S1}}{EI_c} \int M \bar{M} . dx \quad (23)$$

$$\delta_1^{t=t} = \frac{\kappa_{S1}(1 + \kappa_{\phi 1} \phi)}{EI_c} \int M \bar{M} . dx + \frac{\kappa_{CS1} |\varepsilon_{CS}|}{d} \int \bar{M} . dx \quad (24)$$

Para momento máximo na viga, M_d , superior ao momento de fissuração, as deflexões poderão ser determinadas por:

$$\delta_2^{t=0} = \frac{\kappa_{S2}}{EI_c} \int M \bar{M} . dx + \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{EI_c} \left(\frac{M_r}{M_d} \right)^2 [\kappa_{S1} - \kappa_{S2}] \int M \bar{M} . dx \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \delta_2^{t=t} = & \frac{\kappa_{S2}(1 + \kappa_{\phi 2} \phi)}{EI_c} \int M \bar{M} . dx + \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{EI_c} \left(\frac{M_r}{M_d} \right)^2 \kappa_{S1} (1 + \kappa_{\phi 1} \phi) \int M \bar{M} . dx \\ & - \frac{\beta_1 \cdot \beta_2}{EI_c} \left(\frac{M_r}{M_d} \right)^2 \kappa_{S2} (1 + \kappa_{\phi 2} \phi) \int M \bar{M} + \frac{\kappa_{CS2} |\varepsilon_{CS}|}{d} \int \bar{M} . dx \\ & + \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{M_r}{M_d} \right)^2 (\kappa_{CS1} - \kappa_{CS2}) \frac{|\varepsilon_{CS}|}{d} \int \bar{M} . dx \end{aligned} \quad (26)$$

sendo M o momento atuante ao longo da viga. Os sub-índices 1 e 2 nos coeficientes de correção indicam que esses foram calculados com seção não-fissurada e fissurada, respectivamente.

4 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO

A deflexão calculada com as equações (23) e (25), propostas para cálculo das deflexões imediatas de vigas de concreto armado, foi comparada com resultados experimentais apresentados por Dwarakanath; Nagarav (1992) para uma viga simplesmente

apoiada com duas cargas concentradas, conforme mostra a figura 3.

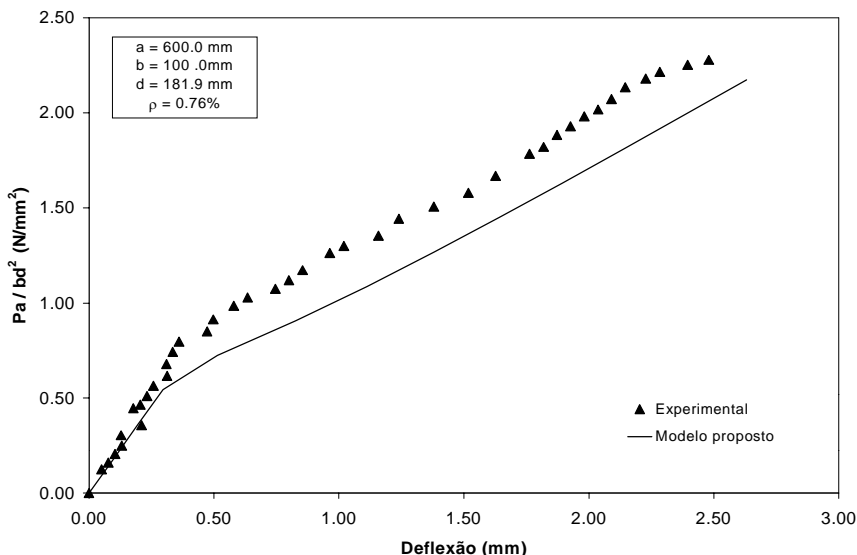


Figura 3 – Resultados experimentais (DWARAKANATH; NAGARAV, 1992) e teóricos para viga de concreto armado em ensaio de 4 pontos

Observa-se uma boa aproximação do resultado numérico com o experimental. Um valor mais conservativo era esperado, considerando a simplificação adotada no cálculo do coeficiente de repartição, com $M = M_d$. Esse fato também está associado com a presença da armadura transversal, que enrijece a viga do experimento, e cujo efeito não é considerado no modelo proposto.

5 INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA

Estabelecida a equação geral para cálculo da deflexão δ equações (23) a (26), foi criado um programa computacional, em linguagem Pascal, para o cálculo automático de vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, com várias condições

de geometria, carregamento e armadura, visando determinar a influência destes fatores na deflexão.

Para determinação da influência da esbelteza, foi definida uma viga padrão, simplesmente apoiada, com seção transversal de 15 x 25 cm e vão variável (125 a 525 cm). O carregamento constava de duas cargas concentradas, localizadas a uma distância $L/3$ do apoio. O valor da carga P foi estabelecido como sendo o valor da carga necessário para causar um momento $\frac{M_y}{1,4}$ no meio do vão da viga. Outros parâmetros estabelecidos foram: taxa de armadura de 1,00%, $f_c = 25$ MPa, $f_y = 450$ MPa e umidade relativa de 85%.

Na figura 4, são apresentados os valores de deflexão em função da esbelteza para idades de 28 dias e 5 anos. É apresentada, também, a prescrição da NBR 6118 (ABNT, 1978) equivalente a uma deflexão $L / 300$, para efeito de comparação.

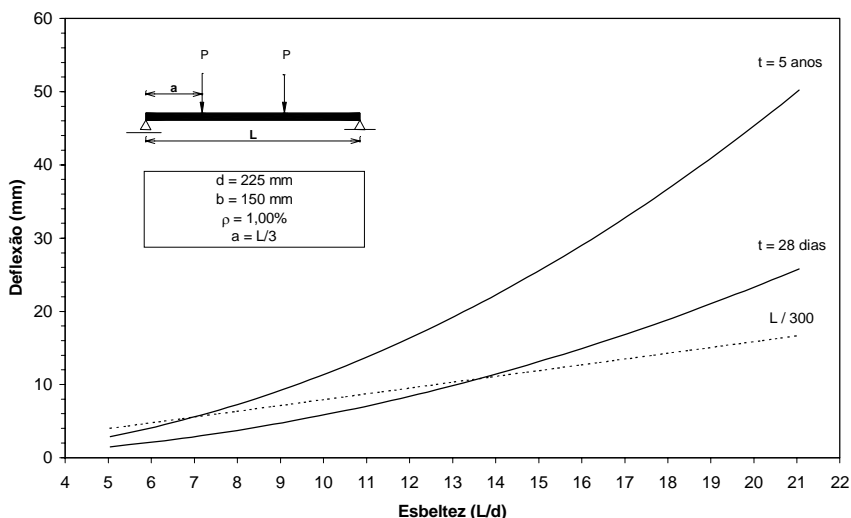


Figura 4 – Variação da deflexão de vigas de concreto armado em função da esbelteza

Considerando-se apenas a deflexão imediata, $t = 28$ dias, observa-se que o limite de deflexão estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 1978) é aceitável, e uma deflexão maior que $L/$

300 só será alcançada para uma esbeltez L/d maior que 13,5, que é maior que aquela exigida pela norma, que é de 12. Para deflexão a uma idade de 5 anos, no entanto, observa-se que o limite de deflexão só será alcançado para L/d menor que 7. Ou seja, o valor estabelecido como limite pela NBR 6118 (ABNT, 1978) é insuficiente para assegurar uma deflexão satisfatória quando se considera a deformação lenta do concreto no cálculo da deflexão.

A influência da retração e fluência pode ser melhor avaliada pelo diagrama carga-deflexão, apresentado na figura 5, para a viga da figura 4 com 3 metros de comprimento. Apesar de a viga possuir uma capacidade máxima, em serviço, de 48 kN, a observância do estado limite de utilização, $\delta_{max} = \frac{L}{300}$, faz com que a carga máxima admitida seja 14 kN, admitindo a fluência e retração. Ou seja, apenas 30% do valor máximo que a viga poderia atingir.

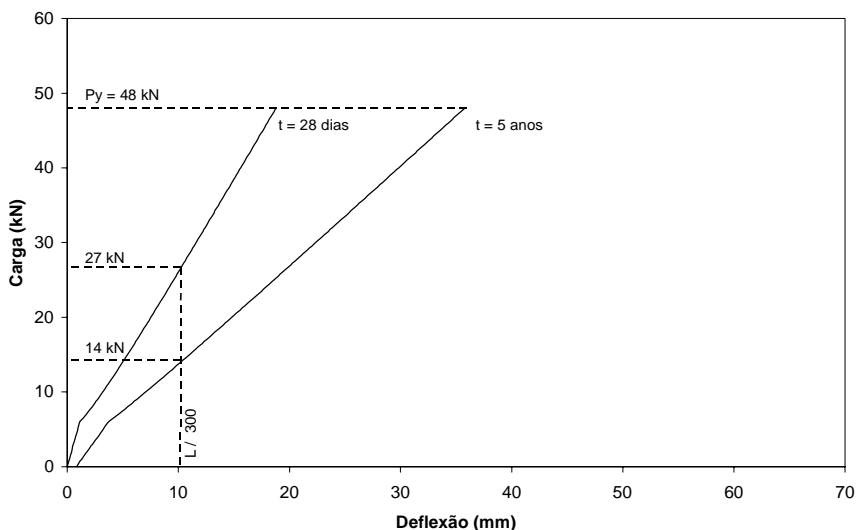


Figura 5 – Diagramas carga-deflexão em diferentes idades

Isto indica que o estado limite de deformação é fundamental no dimensionamento de vigas subarmadas, como a apresentada na figura 5. Para vigas com maior taxa de armadura, há um

enrijecimento após a fissuração que conduz a deflexões menores, como pode ser observado nos diagramas carga-deflexão da figura 6. O aumento da taxa de armadura principal de 0,50% para 1,50% reduziu a deflexão em até 50%.

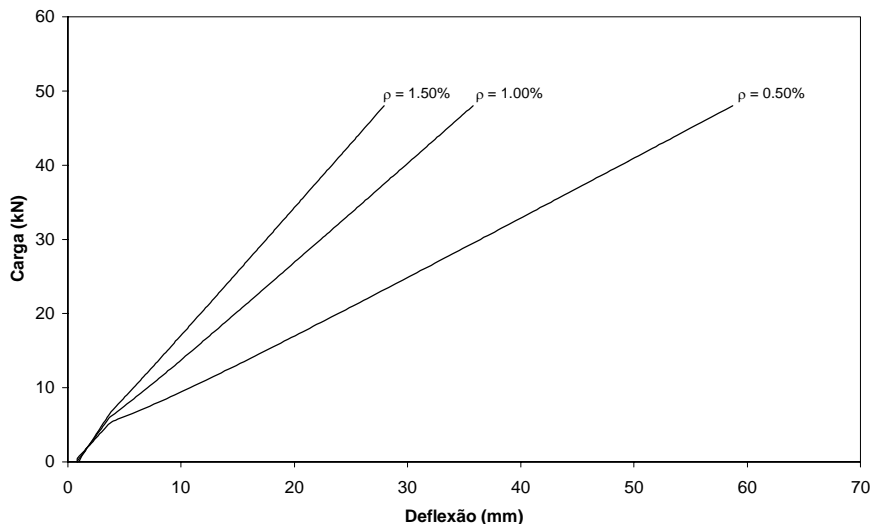


Figura 6 – Diagramas carga-deflexão para várias taxas de armadura

Dois outros critérios avaliados foram a taxa de armadura de compressão e a umidade do ambiente. O aumento na taxa de armadura de compressão, de 0% para 1%, reduziu a deflexão máxima em 11,8%. Uma redução na umidade do ambiente de 85% para 50% ocasionou um aumento de até 10,86% na deflexão máxima.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A limitação da esbelteza (relação vão-altura) de vigas e lajes, com o intuito de controlar a deflexão máxima, é um artifício antigo que foi utilizado inicialmente como uma forma de pré-dimensionamento da seção do elemento estrutural, facilitando ao projetista a obtenção de um valor próximo a uma seção

ótima. Com este objetivo as normas indicavam, além das tabelas com a limitação da esbeltez em função do tipo de apoio, fatores de correção relativos à quantidade de armadura e tensões no aço.

Segundo Beal (1983), esta forma de controle, no entanto, tornava o cálculo estrutural lento e trabalhoso e foi sugerido que se adotasse um único fator de correção que, tendo um valor médio, conduzisse a pequenos erros qualquer que fosse a taxa de armadura, e facilitasse o dimensionamento estrutural.

Verifica-se, no entanto, que a adoção de fatores limitados de correção, como a esbeltez dos elementos estruturais, são insuficientes para impedir a deflexão excessiva de vigas de concreto armado. Conforme apresentado neste trabalho, a taxa de armadura, a fluência e a retração têm uma influência significativa sobre as deflexões, e precisam ser incorporadas em qualquer coeficiente que possa servir de parâmetro para previsão mais simplificada das deflexões.

O método não-linear, de que ora se trata, apresenta boa aproximação com resultados experimentais, ainda que uma comparação mais extensiva necessite ser feita, e, por ser abrangente e de fácil implementação, pode ser utilizado para o dimensionamento de vigas de concreto armado.

AGRADECIMENTOS

Ao programa PROBIC/UEFS, pelo apoio financeiro, e ao Núcleo de Computação Aplicado à Engenharia, do Departamento de Tecnologia, pelo suporte computacional.

REFERÊNCIAS

ACI COMMITTEE 318 **ACI 318-89 (revised 1992) - Building code requirements for reinforced concrete and ACI 318R-89 (revised 1992) - commentary**, Manual of Concrete Practice, July 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS **NB-1 (NBR 6118): Projeto e execução de obras de concreto armado - procedimento**, Rio de Janeiro, 1978.

BEAL, A. N. Span/depth ratios for concrete beams and slabs. **The Structural Engineer**, v. 61A, No. 4, Apr. 1983.

BRITISH STANDARD CODE OF PRACTICE **CP 114: PART 2 - The structural use of reinforced concrete in buildings**, London, 1969.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB) **Durable concrete structures: design guide**, Lausanne: Thomas Telford Services Ltd, 1992.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (CEB) & FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎTE (FIP) **Model Code 1990 - Design code**, Lausanne : Thomas Telford Services Ltd, 1991.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG **DIN 1045: Concrete and reinforced concrete - Design and construction**, Berlin, December 1978.

DWARAKANATH, H.V.; NAGARAV, T.S. Deformational behavior of reinforced fiber reinforced concrete beams in bending. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, No. 10, Oct. 1992.

LIMA, P.R.L. **Análise da durabilidade de estruturas de concreto armado**. 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PEC/COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro.

NORWEGIAN COUNCIL FOR BUILDING STANDARDIZATION **NS 3473 E: Concrete structures design rules**, 4th edition, October 1992.

PAULAY, T.; PARK, R. **Reinforced concrete structures**, Singapore: John Wiley & Sons Inc., 1975.